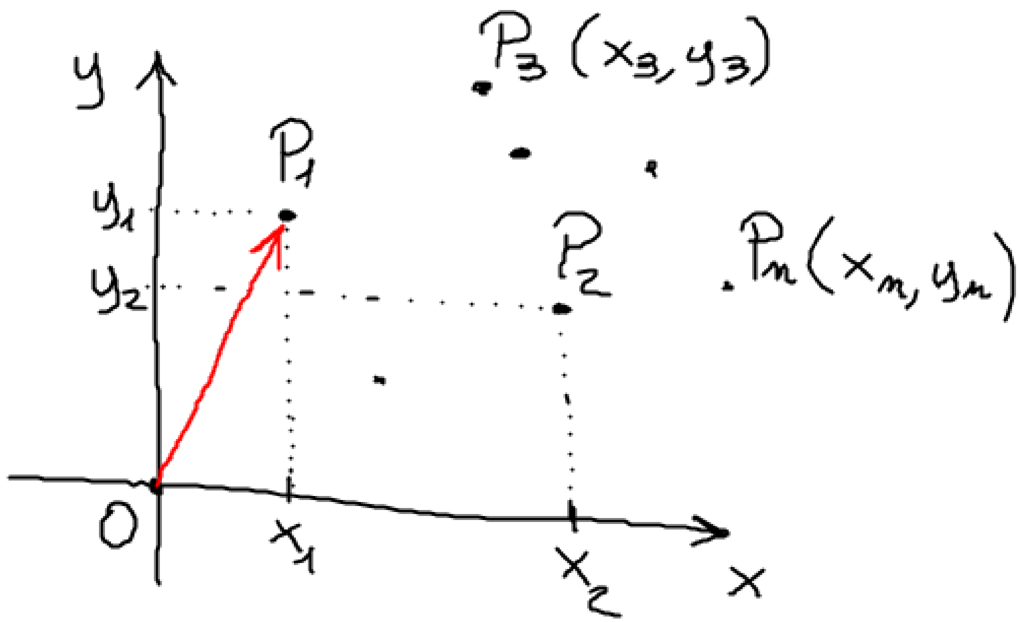
CENTRO DI MASSA DI UN SISTEMA DI PUNTI



AD OGNI PUNTO P_i $i = 1, \dots, n$ È ASSOCIATA LA SUA MASSA m_i (PUNTI MATERIALI)

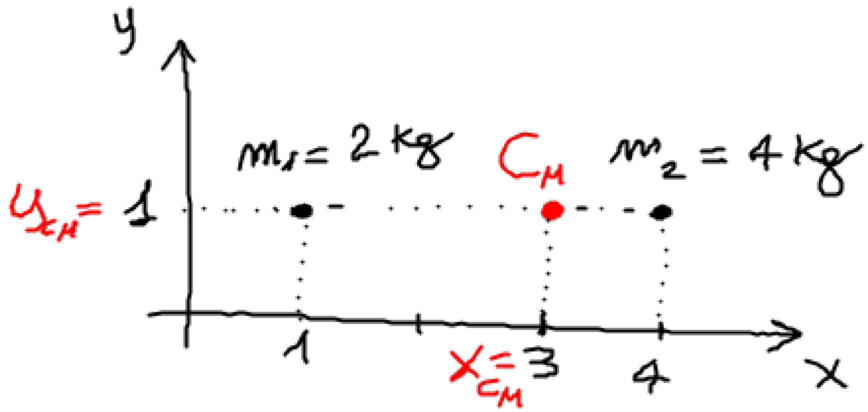
VETTORE POSIZIONE DI P_1 È $\overrightarrow{OP_1} = (x_1, y_1)$

C_M = CENTRO DI MASSA

VETT. POSIZIONE DEL C_M È $\overrightarrow{OC_M} = (x_{CM}, y_{CM})$

$$\begin{cases} x_{CM} = \dfrac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} \\[2ex] y_{CM} = \dfrac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + \dots + m_n y_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} \end{cases}$$

ESEMPIO



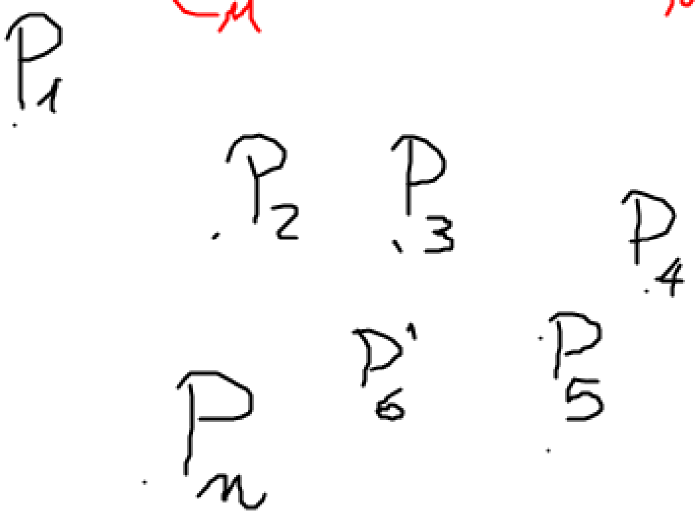
Calcoliamo il C_M

$$\begin{cases} x_{CM} = \dfrac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} = \dfrac{2 \cdot 1 + 4 \cdot 4}{2+4} = \dfrac{18}{6} = 3 \\ y_{CM} = \dfrac{m_1 y_1 + m_2 y_2}{m_1 + m_2} = \dfrac{2 \cdot 1 + 4 \cdot 1}{2+4} = 1 \end{cases}$$

$C_M = (3,1)$

$$\vec{r}_{CM} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + \dots + m_n\vec{r}_n}{\underbrace{m_1 + m_2 + \dots + m_n}_{\text{MASSA TOTALE DEL SISTEMA}}}$$

VETTORE POSIZIONE DEL C_M



	VETTORE POSIZ.
P_1, m_1	$\vec{r}_1$
P_2, m_2	$\vec{r}_2$
$\vdots$	$\vdots$
P_n, m_n	$\vec{r}_n$

PROPRIETÀ DEL CENTRO DI MASSA

$$\vec{r}_{CM} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}$$

VELOCITÀ DI UN PUNTO

$\vec{r}(t)$ = POSIZ. ALL'IST. INIZIALE

$\vec{r}(t+\Delta t)$ = POSIZ. FINALE DOPO UN TEMPO Δt

$$\vec{v}(t) = \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

CON Δt INFINITESIMO

VEL. DEL CENTRO DI MASSA

$$\vec{v}_{CM} = \frac{\Delta \vec{r}_{CM}}{\Delta t} = \frac{m_1 \frac{\Delta \vec{r}_1}{\Delta t} + m_2 \frac{\Delta \vec{r}_2}{\Delta t}}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2} = \frac{\vec{P}_{TOT}}{m_1 + m}$$

$$\vec{v}_{CM} = \frac{\vec{P}_{TOT}}{M_{TOT}}$$

$$\boxed{M_{TOT} \vec{v}_{CM} = \vec{P}_{TOT}}$$

SE LA RISULTANTE DELLE FORZE ESTERNE È NULLA $\vec{P}_{TOT}$ SI CONSERVA, QUINDI $\vec{v}_{CM}$ È COSTANTE E IL C_M SI MUOVE DI MOTO RETTILINEO UNIFORME

→ LE FORZE INTERNE NON CAMBIANO IL MOTO DEL CENTRO DI MASSA

CON CALCOLI SIMILI

$$\vec{a}_{CM} = \frac{\Delta \vec{v}_{CM}}{\Delta t} = \frac{m_1 \frac{\Delta \vec{v}_1}{\Delta t} + m_2 \frac{\Delta \vec{v}_2}{\Delta t}}{m_1 + m_2} =$$

$$= \frac{m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2}{\underbrace{m_1 + m_2}_{M_{TOT.}}}$$

$$M_{TOT.}\,\vec{a}_{CM} = \underbrace{m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2}_{\vec{F}_{TOTALE}} = \underbrace{\sum \vec{F}_{INT.}}_{\vec{0}} + \sum \vec{F}_{EST.}$$

$$\boxed{\sum \vec{F}_{EST.} = M_{TOT.}\,\vec{a}_{CM}}$$

SOLO LE FORZE ESTERNE INFLUENZANO IL MOTO DEL CENTRO DI MASSA

DIMOSTRAZ. FORMULA PAG. 499

$$\vec{a}_{CM} = \frac{m_1 \frac{\Delta \vec{v}_1}{\Delta t} + m_2 \frac{\Delta \vec{v}_2}{\Delta t}}{m_1 + m_2}$$

$$M_{TOT}\, \vec{a}_{CM} = m_1 \frac{\Delta \vec{v}_1}{\Delta t} + m_2 \frac{\Delta \vec{v}_2}{\Delta t}$$

$$\vec{F}_{TOT} = \frac{m_1 \Delta \vec{v}_1 + m_2 \Delta \vec{v}_2}{\Delta t}$$

$$\boxed{\vec{F}_{TOT} \cdot \Delta t = \Delta \vec{p}_{TOT}}$$