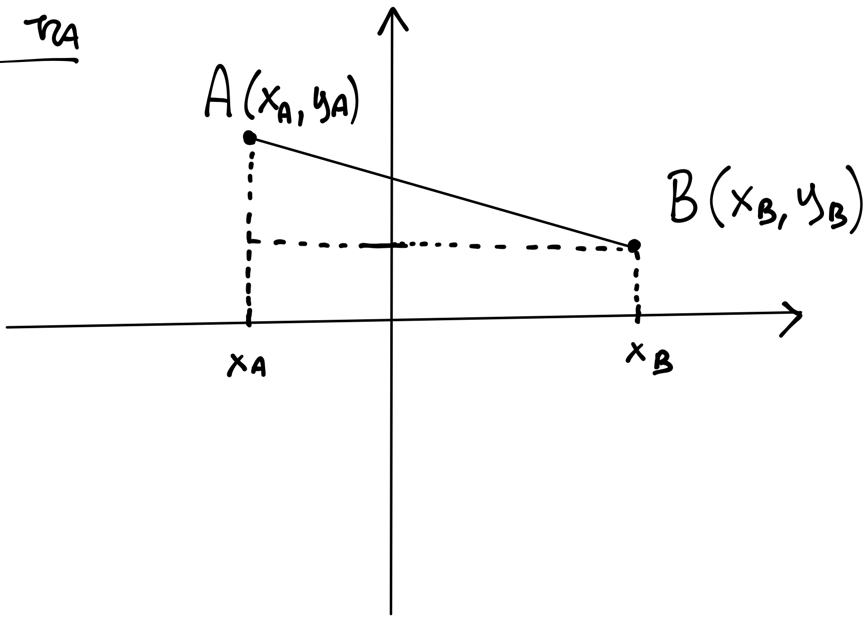
GEOMETRIA ANALITICA

DISTANZA TRA 2 PUNTI

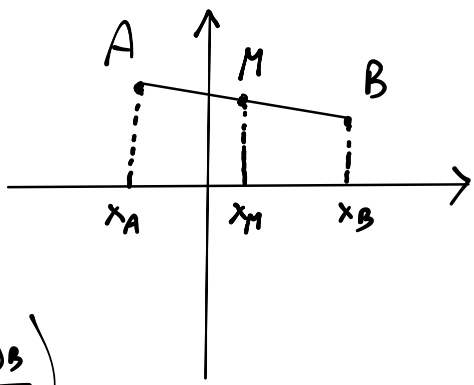


$$\overline{AB} = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$

PUNTO MEDIO DI UN SEGMENTO

$A(x_A, y_A)$

$B(x_B, y_B)$



$$\begin{cases} x_M = \dfrac{x_A + x_B}{2} \\ y_M = \dfrac{y_A + y_B}{2} \end{cases}$$

$$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

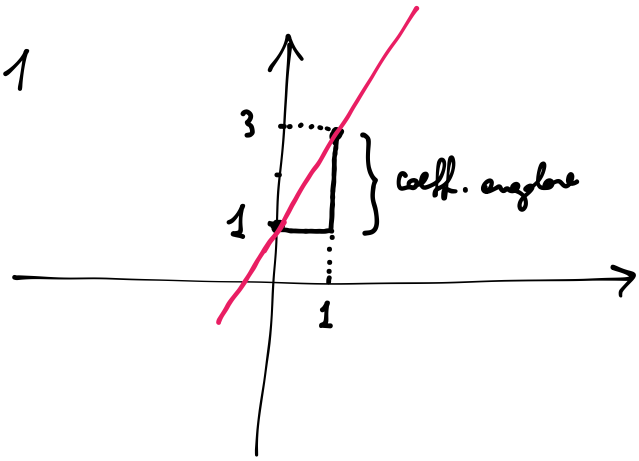
RETTE IN FORMA ESPLICITA

$$y = mx + q$$

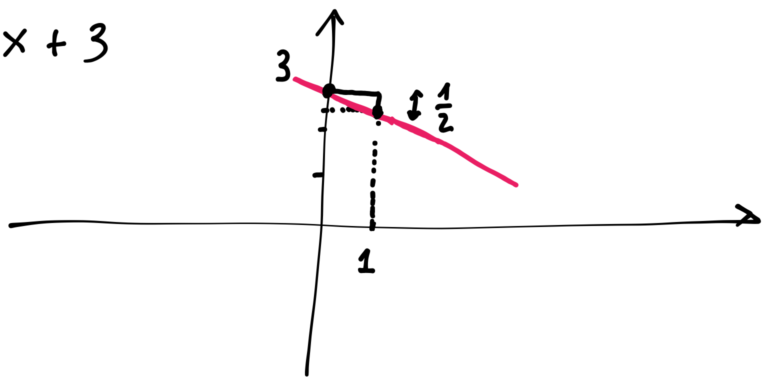
COEFFICIENTE ANGOLARE

INTERCETTA o ORDINATA ALL'ORIGINE perché è l'ordinata del punto di intersezione con l'asse y

$y = 2x + 1$



$y = -\frac{1}{2}x + 3$



RETTE CON LO STESSO COEFF. ANGOLARE SONO PARALLELE

RETTE VERTICALI $\Rightarrow$ NON SI POSSONO SCRIVERE IN FORMA ESPLICITA $y = mx + q$

$x = $ numero

$x = 1$

$x = -3$

....

non può sparire per nessun valore di m e q

RETTE ORIZZONTALI → $m = 0$ si possono scrivere in forma esplicita

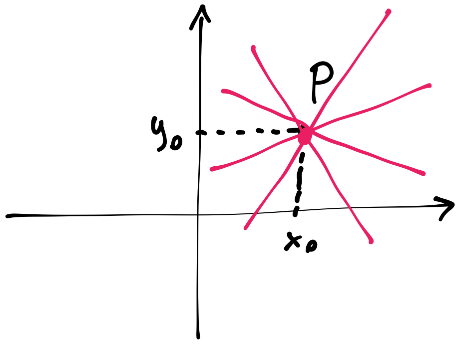
$y = $ numero

$y = 1$

$y = 3$

RETTA PER UN PUNTO (FASCIO DI RETTE PER UN PUNTO)

$P(x_0, y_0)$



FASCIO PROPRIO

$$\boxed{y - y_0 = m(x - x_0)}$$

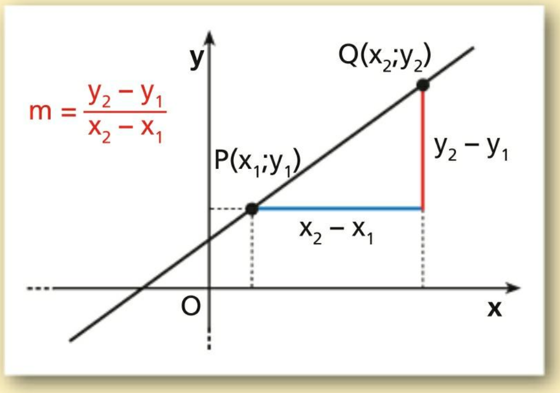
$\rightsquigarrow$ L'UNICO PARAMETRO È m

RAPPRESENTA L'INSIEME (FASCIO) DI RETTE PASSANTI PER P, TRANNE UNA, CIOÈ $x = x_0$ (VERTICALE)

PROPRIETÀ

Il **coefficiente angolare** di una retta *non parallela all'asse y* è il rapporto fra la differenza delle ordinate e la differenza delle ascisse di due punti distinti della retta:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}.$$



SE VOGLIO LA RETTA CHE PASSA PER $P(x_1, y_1)$ E $Q(x_2, y_2)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

FASCIO PROPRIO DI RETTE PER P

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}}$$

RETTA PER 2 PUNTI P E Q (NON SULLA STESSA VERTICALE O ORIZZONTALE)

FORMA IMPLICITA

$$ax + by + c = 0$$ ← tutte le rette possono essere scritte in questa forma

$$\longrightarrow by = -ax - c \rightarrow y = \underbrace{-\frac{a}{b}}_{m}x - \frac{c}{b}$$ (F. ESPLICITA)

ES.

$$2x + 3y + 1 = 0$$
$$4x + 6y + 2 = 0$$
$$x + \frac{3}{2}y + \frac{1}{2} = 0$$
$$\vdots$$

INFINITE FORME IMPLICITE PER UNA STESSA RETTA (1 SOLA ESPLICITA)

RETTE COINCIDENTI

F. ESPLICITA

$$y = mx + q \qquad y = m'x + q'$$

$$m = m' \text{ e } q = q'$$

F. IMPLICITA

$$ax + by + c = 0$$
$$a'x + b'y + c' = 0$$
$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

RETTE PARALLELE

F. ESPLICITA

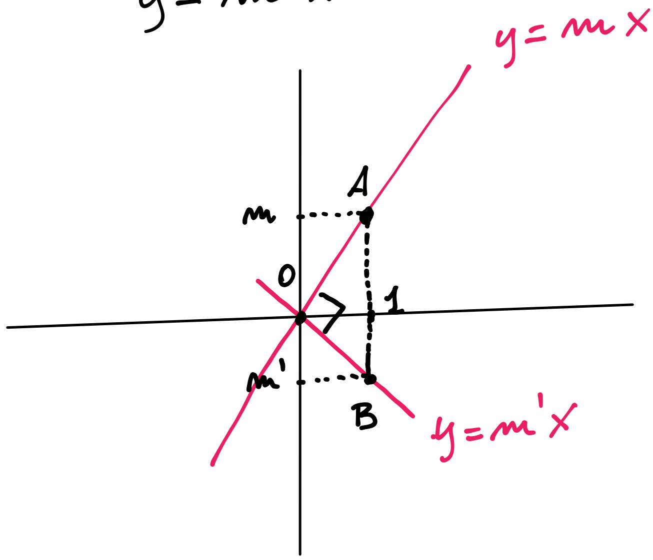
$$m = m'$$

F. IMPLICITA

$$-\frac{a}{b} = -\frac{a'}{b'}$$
$$\Updownarrow$$
$$ab' = a'b$$

PERPENDICOLARITÀ

$y = mx$ $\qquad$ $y = m'x$



$$\overline{AB} = m - m'$$

$$\overline{AO}^2 = 1 + m^2$$

$$\overline{OB}^2 = 1 + m'^2$$

$$\overline{AB}^2 = \overline{AO}^2 + \overline{OB}^2$$

$$(m - m')^2 = 1 + m^2 + 1 + m'^2$$

$$\cancel{m^2} + \cancel{m'^2} - 2mm' = 2 + \cancel{m^2} + \cancel{m'^2}$$

$$-2mm' = 2 \Longrightarrow \boxed{mm' = -1} \qquad \boxed{m' = -\frac{1}{m}}$$

F. IMPLICITA

$$\hookrightarrow \left(-\frac{a}{b}\right)\left(-\frac{a'}{b'}\right) = -1$$

$$ax + by + c = 0$$
$$a'x + b'y + c' = 0$$

$$\frac{aa'}{bb'} = -1 \Longrightarrow \boxed{aa' + bb' = 0}$$

PAG. 215

212 Un punto P della retta di equazione $y = -3x + 4$ è distante $4\sqrt{2}$ da $Q(2; 6)$. Trova le sue coordinate.

$\left[(-2; 10) \vee \left(\frac{6}{5}; \frac{2}{5}\right)\right]$

$P(x, -3x+4)$ perché P deve appartenere alla retta $y = -3x + 4$

IMPONGO CHE $\overline{PQ} = 4\sqrt{2}$ $\quad Q(2, 6)$

$$\Downarrow$$

$$\overline{PQ}^2 = 32$$

$$(x_P - x_Q)^2 + (y_P - y_Q)^2 = 32$$

$$(x-2)^2 + (6 - (-3x+4))^2 = 32$$

$$x^2 + 4 - 4x + (2+3x)^2 - 32 = 0$$

$$x^2 + 4 - 4x + 4 + 9x^2 + 12x - 32 = 0$$

$$10x^2 + 8x - 24 = 0 \qquad 5x^2 + 4x - 12 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 60}}{5} = \frac{-2 \pm 8}{5} = \begin{cases} -2 \\ \frac{6}{5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ y = -3 \cdot (-2) + 4 = 10 \end{cases} \quad P_1(-2, 10) \qquad \begin{cases} x = \frac{6}{5} \\ y = -\frac{18}{5} + 4 = \frac{2}{5} \end{cases} \quad P_2\left(\frac{6}{5}, \frac{2}{5}\right)$$