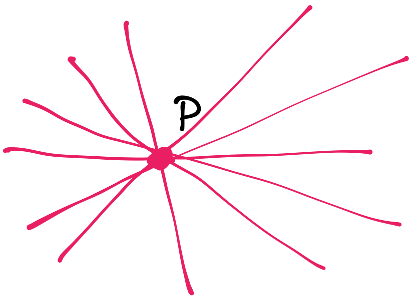
# FASCI DI RETTE

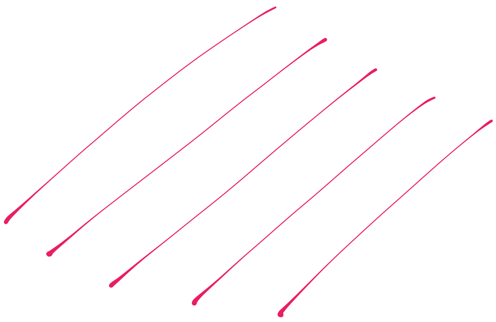
**FASCIO DI RETTE PROPRIO** → INSIEME DELLE RETTE PASSANTI PER $P(x_0, y_0)$

$$\boxed{y - y_0 = m(x - x_0)}$$

← MANCA LA RETTA VERTICALE $x = x_0$




**FASCIO DI RETTE IMPROPRIO** → INSIEME DI RETTE TUTTE PARALLELE TRA DI LORO → STESSO $m$



$$y = mx + q$$

$m$: FISSO
$q$: VARIA

oppure

$ax + by + K = 0$ (F. IMPLICITA)

$a$, $b$: FISSI
$K$: VARIA

# FASCIO GENERATO DA DUE RETTE DATE (pg. 195)

## ESEMPIO

$$3x - 2y - 1 = 0$$
$$x + y + 2 = 0$$

↳ COMBINAZIONE LINEARE

$$\boxed{p \cdot (3x - 2y - 1) + q \cdot (x + y + 2) = 0}$$

$$\begin{cases} 3x - 2y - 1 = 0 \\ x + y + 2 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} 3x - 2(-x-2) - 1 = 0 \rightarrow 3x + 2x + 4 - 1 = 0 \\ y = -x - 2 \end{cases}$$

$$5x = -3 \qquad x = -\frac{3}{5}$$

$$\hookrightarrow y = \frac{3}{5} - 2 = -\frac{7}{5}$$

$$C\left(-\frac{3}{5}, -\frac{7}{5}\right)$$

CENTRO DEL FASCIO

$$p = 2$$
$$q = -1 \Rightarrow 2 \cdot (3x - 2y - 1) - 1(x + y + 2) = 0$$

una retta del fascio

$$6x - 4y - 2 - x - y - 2 = 0$$

$$C \overset{?}{\in} \boxed{5x - 5y - 4 = 0} \qquad 5\left(-\frac{3}{5}\right) - 5\left(-\frac{7}{5}\right) - 4 = -3 + 7 - 4 = 0$$

OK!!

Date 2 rette NON PARALLELE $\left.\begin{array}{l} ax+by+c=0 \\ a'x+b'y+c'=0 \end{array}\right\}$ GENERATRICI

$$\boxed{p(ax+by+c)+q(a'x+b'y+c')=0}$$ FASCIO PROPRIO GENERATO DALLE 2 RETTE

al variare di $p, q \in \mathbb{R}$

Il punto di intersezione delle 2 generatrici si chiama CENTRO DEL FASCIO e tutte le rette del fascio passano per esso.

$p=0 \Rightarrow$ 2° generatrice

$q=0 \Rightarrow$ 1° generatrice

DIVIDO L'EQ. DEL FASCIO PER $p$ E PONGO $K = \frac{q}{p}$ $(p \neq 0)$

$$\boxed{ax+by+c+K(a'x+b'y+c')=0}$$ FASCIO GENERATO DALLE 2 RETTE,

MA SENZA LA 2° GENERATRICE

$$ax'+b'y+c'=0$$

RETTA PER 1 PUNTO

$$y-y_0=m(x-x_0)$$

$$y-y_0-m(x-x_0)=0 \Rightarrow \overbrace{(y-y_0)}^{1° \text{ GENERATRICE}}+K\overbrace{(x-x_0)}^{2° \text{ GENERATRICE}}=0$$

$$-m=K$$

SE LE GENERATRICI SONO PARALLELE

$$p(ax+by+c)+q(a'x+b'y+c')=0$$

FASCIO IMPROPRIO (TUTTE LE RETTE // TRA LORO)

$$ax+by+c+K(a'x+b'y+c')=0$$

NON C'È LA 2° GENERATRICE

---

**637** Fra le rette del fascio le cui generatrici hanno equazioni $3x - 2y - 3 = 0$ e $3x - 4y = 0$, determina quella parallela alla retta di equazione $3x + 4y + 2 = 0$. [$3x + 4y - 12 = 0$]

COSTRUISCO IL FASCIO

$$3x-2y-3+K(3x-4y)=0$$

$$3x-2y-3+3Kx-4Ky=0$$

$$(3+3K)x+(-2-4K)y-3=0$$

$$3x + 4y + 2=0$$

CONDIZ. PARALL. IN FORMA IMPLICITA

$$ab'-a'b=0$$

$$\Rightarrow \quad 4(3+3K)-3(-2-4K)=0$$

$$12+12K+6+12K=0$$

$$2+2K+1+2K=0$$

$$4K=-3 \qquad K=-\frac{3}{4}$$

$$K=-\frac{3}{4} \qquad \left(3+3\left(-\frac{3}{4}\right)\right)x+\left(-2-4\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)\right)y-3=0$$

$$\frac{3}{4}x+y-3=0 \qquad \boxed{y=-\frac{3}{4}x+3}$$

**648** Dato il fascio di rette di equazione $(k+1)x+2(k+1)y-2=0$:

**a.** stabilisci se si tratta di un fascio proprio o improprio, individuando l'eventuale centro;

**b.** determina la retta del fascio passante per $A(1; 0)$;

**c.** determina la retta che, incontrando l'asse $x$, forma con l'origine un segmento lungo $\frac{1}{3}$.

[a) fascio improprio; b) $x+2y-1=0$; c) due soluzioni: $k=-7$, $k=5$]

a)

$$(K+1)x+2(K+1)y-2=0 \quad (*)$$

$$Kx+x+2Ky+2y-2=0$$

$$\underbrace{x+2y-2}_{1° \text{ GEN.}}+K\underbrace{(x+2y)}_{2° \text{ GEN.}}=0$$

$x+2y-2=0$ 1° GEN.

$x+2y=0$ 2° GEN.

$\Rightarrow$ RETTE PARALLELE $\Rightarrow$ FASCIO IMPROPRIO

b) $A(1,0) \rightsquigarrow$ SOSTITUISCO NELL'EQ. DEL FASCIO $(*)$

$$(K+1)\cdot 1+2(K+1)\cdot 0-2=0$$

$$K+1-2=0 \Rightarrow K=1$$

SOSTITUISCO ANCORA IN $(*)$

$$2x+4y-2=0$$

$$\boxed{x+2y-1=0}$$

c) IN PRATICA $\rightarrow$ trovo le rette che intersecano l'asse $x$ in $\left(\frac{1}{3},0\right)$ e $\left(-\frac{1}{3},0\right)$

$$(K+1)\cdot\frac{1}{3}+2(K+1)\cdot 0-2=0$$

$$\frac{1}{3}K+\frac{1}{3}-2=0 \qquad K=5 \rightsquigarrow \qquad 6x+12y-2=0$$

$$\boxed{3x+6y-1=0}$$

$$(K+1)\left(-\frac{1}{3}\right)+2(K+1)\cdot 0-2=0$$

$$-\frac{1}{3}K-\frac{1}{3}-2=0 \qquad K=-7 \rightsquigarrow \qquad -6x-12y-2=0$$

$$\boxed{3x+6y+1=0}$$

**649** Dato il fascio di rette di equazione $(k-3)x + (2k+2)y + 1 - 3k = 0$, determina:

**a.** le equazioni delle generatrici e il centro;

**b.** le rette del fascio che incontrano l'asse $x$ in un punto $A$ tale che $\overline{AO} = 3$;

**c.** il valore di $k$ corrispondente alla retta parallela all'asse $x$.

[a) $-3x+2y+1=0$, $x+2y-3=0$, $C(1; 1)$; b) $x-4y+3=0$, $x+2y-3=0$; c) $k=3$]

a) $Kx - 3x + 2Ky + 2y + 1 - 3K = 0$

$-3x + 2y + 1 + K(x + 2y - 3) = 0$

1° GEN. $\begin{cases} -3x+2y+1=0 \\ x+2y-3=0 \end{cases}$ 2° GEN.

$\begin{cases} -3x+2y+1=0 \\ -x-2y+3=0 \end{cases}$

$-4x \quad // \quad +4 = 0$

$\begin{cases} x=1 \\ 1+2y-3=0 \end{cases}$ $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$

$C(1,1)$

b) $A_1(3,0)$ $\quad A_2(-3,0)$

$A_1 \rightsquigarrow (K-3)\cdot 3 + 1 - 3K = 0 \qquad 3\cancel{K} - 9 + 1 - 3\cancel{K} = 0 \Rightarrow$ IMPOSS.

È LA RETTA ESCLUSA!! $\boxed{x+2y-3=0}$

anche se in realtà non fa parte del fascio dato dal libro...

PASSA PER $A_1$ !!!

$A_2 \rightsquigarrow (K-3)(-3) + 1 - 3K = 0 \qquad -3K + 9 + 1 - 3K = 0$

$-6K = -10 \qquad K = \frac{5}{3}$

$\left(\frac{5}{3} - 3\right)x + \left(2\,\frac{5}{3} + 2\right)y + 1 - 3\cdot\frac{5}{3} = 0$

$-\frac{4}{3}x + \frac{16}{3}y - 4 = 0 \qquad 4x - 16y + 12 = 0$

$\boxed{x - 4y + 3 = 0}$

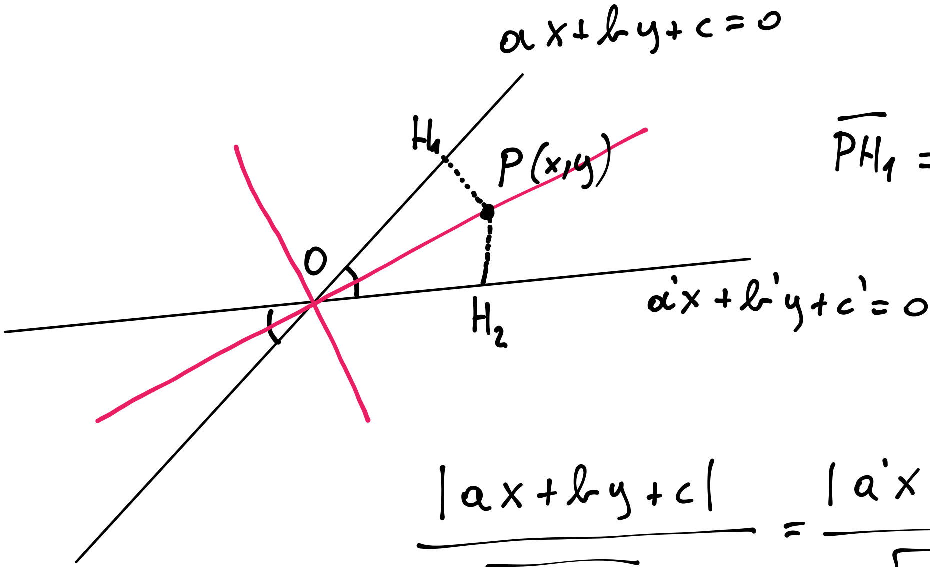
c) $(K-3)x + (2K+2)y + 1 - 3K = 0$

// asse x

significa coefficiente di x posto uguale a 0 $\qquad K - 3 = 0 \Rightarrow \boxed{K=3}$

$8y - 8 = 0 \qquad \boxed{y=1}$

# BISETTRICE DEGLI ANGOLI FORMATI DA 2 RETTE




$$\overline{PH_1} = \overline{PH_2}$$

$$\frac{|ax+by+c|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|a'x+b'y+c'|}{\sqrt{a'^2+b'^2}}$$

$$\frac{ax+by+c}{\sqrt{a^2+b^2}} = \pm \frac{a'x+b'y+c'}{\sqrt{a'^2+b'^2}}$$ EQ. BISETTRICI