14/11/2017

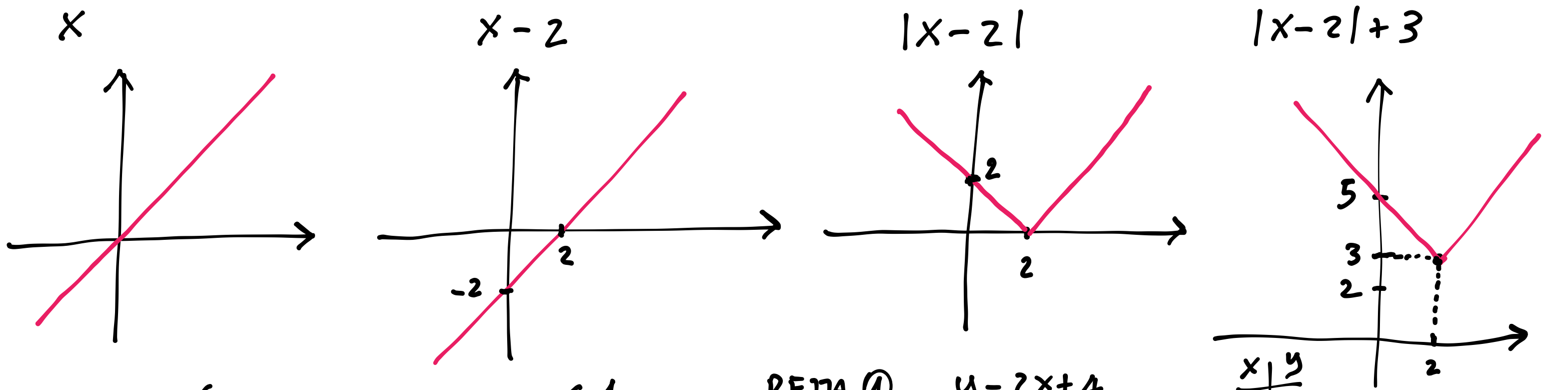
581 Rappresenta nello stesso piano cartesiano le due funzioni seguenti. PAG. 243

$$f(x) = |x-2|+3 \quad \text{e} \quad g(x) = \begin{cases} 2x+4 & \text{se } x \le 1 \\ \frac{1}{3}(-x+19) & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

Trova poi i vertici e l'area del quadrilatero che si forma dall'intersezione dei grafici di $f(x)$ e $g(x)$.

$\left[(1; 6), (4; 5), (2; 3), \left(\frac{1}{3}; \frac{14}{3}\right); \frac{17}{3}\right]$

$f(x) = |x-2|+3$



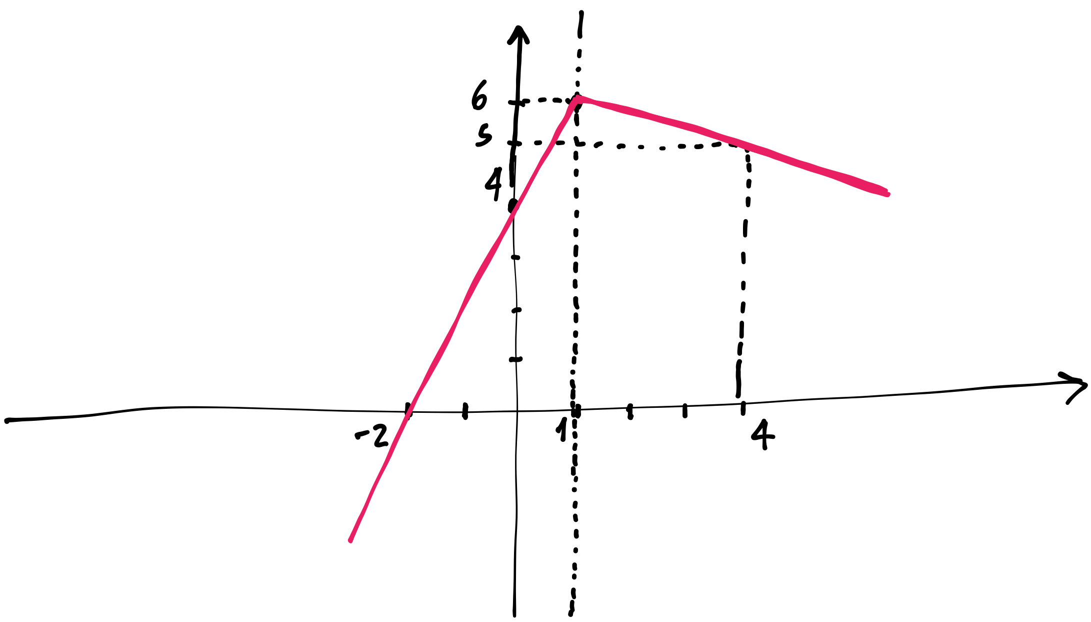
$$g(x) = \begin{cases} 2x+4 & \text{se } x \le 1 \\ \frac{1}{3}(-x+19) & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

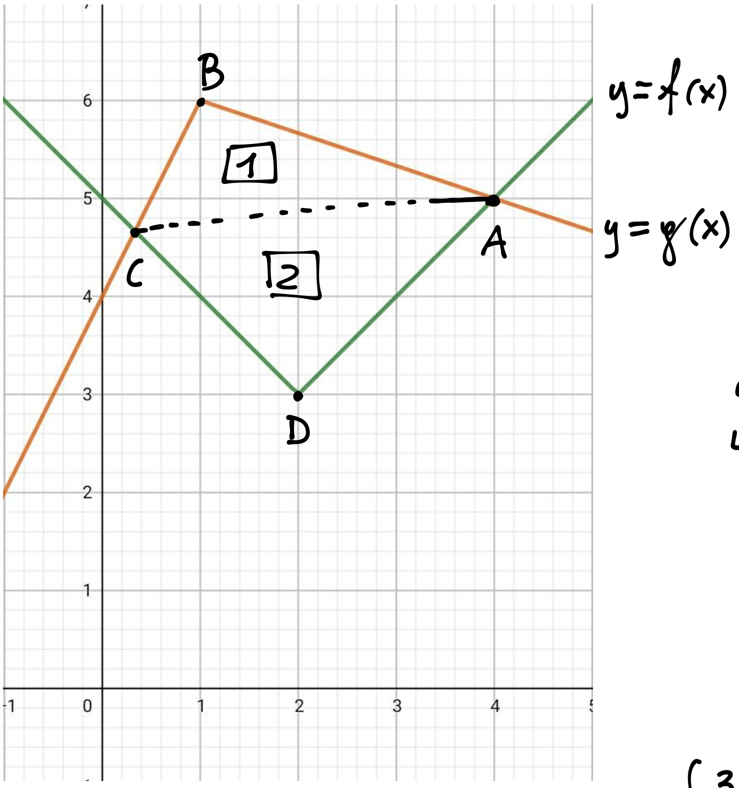
RETTA ① $y = 2x+4$ →

x	y
0	4
1	6
-2	0

RETTA ② $y = -\frac{x}{3} + \frac{19}{3}$ →

x	y
1	6
4	5





$B(1,6) \quad D(2,3)$

$A \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{3}(-x+19) \\ y = \underbrace{|x-2|}+3 \end{cases}$

SI VEDE CHE HA L'ASCISSA > 1 $(x>1)$

TOLGO IL MODULO PERCHÉ SI VEDE CHE L'ASCISSA DI A È > 2 $(x>2$

$\begin{cases} y = -\frac{x}{3} + \frac{19}{3} \\ y = x-2+3 \end{cases} \quad \begin{cases} x+1 = -\frac{x}{3} + \frac{19}{3} \\ y = x+1 \end{cases}$

$\begin{cases} 3x+3 = -x+19 \\ // \end{cases} \quad \begin{cases} 4x = 16 \\ // \end{cases} \quad \begin{cases} x = 4 \\ y = 5 \end{cases}$

$A(4,5)$

C $(x<1)$

$\Downarrow$

$\begin{cases} y = 2x+4 \\ y = -(x-2)+3 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2x+4 \\ 2x+4 = -x+2+3 \end{cases} \quad \begin{cases} // \\ 3x = 1 \end{cases}$

TOLGO IL MODULO MA METTO - DAVANTI!!

$\begin{cases} y = \frac{14}{3} \\ x = \frac{1}{3} \end{cases} \quad C\left(\frac{1}{3}, \frac{14}{3}\right)$

AREA TRIANGOLO ABC

SCELGO AB COME BASE

DISTANZA DI C DA AB È L'ALTEZZA

$\overline{AB} = \sqrt{(4-1)^2 + (5-6)^2} = \sqrt{10}$

retta AB: $y = -\frac{x}{3} + \frac{19}{3} \Rightarrow x + 3y - 19 = 0$

ALTEZZA $h_{AB} = \frac{\left|\frac{1}{3} + 3 \cdot \frac{14}{3} - 19\right|}{\sqrt{1^2+3^2}} = \frac{\left|\frac{1}{3} - 5\right|}{\sqrt{10}} = \frac{\frac{14}{3}}{\sqrt{10}} =$

$= \frac{14}{3\sqrt{10}}$

$\mathcal{A}_{ABC} = \frac{1}{\cancel{2}_1} \cdot \cancel{\sqrt{10}} \cdot \frac{\cancel{14}^{7}}{3\cancel{\sqrt{10}}} = \frac{7}{3}$

AREA TRIANGOLO ACD

$A(4,5) \quad D(2,3) \quad C\left(\frac{1}{3}, \frac{14}{3}\right)$

SCELGO AD COME BASE

$$\overline{AD} = \sqrt{(4-2)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

retta AD : $y = x+1 \Rightarrow x-y+1=0$

ALTEZZA (DISTANZA DI C DA AD) : $$\frac{\left|\frac{1}{3} - \frac{14}{3} + 1\right|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} = \frac{\left|\frac{1-14+3}{3}\right|}{\sqrt{2}} = \frac{10}{3\sqrt{2}}$$

$$\mathcal{A}_{ACD} = \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \cancel{2\sqrt{2}} \cdot \frac{10}{3\cancel{\sqrt{2}}} = \frac{10}{3}$$

$$\mathcal{A}_{ABCD} = \frac{10}{3} + \frac{7}{3} = \boxed{\frac{17}{3}}$$

MODO ALTERNATIVO PER CALCOLARE L'AREA (DA NON FARE)

$A(4,5) \quad B(2,3) \quad C\left(\frac{1}{3}, \frac{14}{3}\right)$

$$\mathcal{A}_{ABC} = \pm\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 4 & 5 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ \frac{1}{3} & \frac{14}{3} & 1 \end{vmatrix} = \pm\frac{1}{2}\left[\left(4\cdot3\cdot1 + 2\cdot\frac{14}{3}\cdot1 + 5\cdot1\cdot\frac{1}{3}\right) - \right.$$

SEGNO DA DECIDERE A SECONDA DEL RISULTATO

$$\left. -\left(1\cdot3\cdot\frac{1}{3} + 4\cdot1\cdot\frac{14}{3} + 2\cdot5\cdot1\right)\right] =$$

$$= \pm\frac{1}{2}\left[12 + \frac{28}{3} + \frac{5}{3} - 1 - \frac{56}{3} - 10\right] =$$

$$= \pm\frac{1}{2}\left[-\frac{23}{3} + 1\right] = \pm\frac{1}{2}\left[-\frac{20}{3}\right] = \frac{10}{3}$$

DA MOLTIPLICARE PER $\pm\frac{1}{2}$

$$\left|\begin{array}{ccc|cc} 4 & 5 & 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 2 & 3 \\ \frac{1}{3} & \frac{14}{3} & 1 & \frac{1}{3} & \frac{14}{3} \end{array}\right| =$$

DIVAGAZIONE....

$A(1,2) \qquad B(-2,3)$ EQUAZIONE DELLA RETTA AB

GENERICO $P(x,y)$ APPARTIENE ALLA RETTA AB SE E SOLO SE

$$\mathcal{A}_{ABP} = 0$$

CIOÈ SE

$$\begin{array}{c} P \rightarrow \\ A \rightarrow \\ B \rightarrow \end{array} \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\left|\begin{array}{ccc|cc} x & y & 1 & x & y \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ -2 & 3 & 1 & -2 & 3 \end{array}\right. = 2x - 2y + 3 - (-4 + 3x + y) = 0$$

$$2x - 2y + 3 + 4 - 3x - y = 0$$

$$-x - 3y + 7 = 0$$

$$\boxed{x + 3y - 7 = 0}$$ EQUAZIONE DELLA RETTA AB

650 Dimostra che le equazioni $(x-y+6)+k(x+y+4)=0$ e $(2x-y+11)+h(x+5)=0$ rappresentano (a meno delle rette escluse) lo stesso fascio. Quali sono, nei due casi, le equazioni delle rette escluse? Sia r_k la retta che si ottiene per un generico valore di k con la prima equazione. Calcola, in funzione di k, il valore da assegnare a h nella seconda equazione per ottenere la stessa retta. $\left[x+y+4=0,\ x+5=0;\ h=\frac{3k-1}{1-k}\right]$

SONO DUE FASCI PROPRI

1) $(x-y+6)+K(x+y+4)=0$

2) $(2x-y+11)+h(x+5)=0$

Per verificare che sono uguali calcoliamo i due centri e controlliamo che coincidano

1] $\begin{cases} x-y+6=0 \\ x+y+4=0 \end{cases}$ $\quad 2x+10=0$ $\quad \begin{cases} x=-5 \\ y=1 \end{cases}$ $\quad C_1(-5,1)$

2] $\begin{cases} 2x-y+11=0 \\ x=-5 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} y=1 \\ x=-5 \end{cases}$ $\quad C_2(-5,1)$

COINCIDONO QUINDI 1] E 2] RAPPRESENTANO LO STESSO FASCIO (A MENO DELLE RETTE ESCLUSE)

$x+y+4=0 \qquad x+5=0$

1) $x-y+6+Kx+Ky+4K=0 \qquad (K+1)x+(K-1)y+(4K+6)=0$

2) $2x-y+11+hx+5h=0 \qquad (h+2)x-y+(5h+11)=0$

CONDIZIONE DI COINCIDENZA

$$\underbrace{\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}}_{\text{BASTA QUESTA}}=\frac{c}{c'} \Rightarrow \qquad \frac{(K+1)}{h+2}=\frac{K-1}{-1} \quad \text{RICAVO } h$$

$$\frac{h+2}{K+1}=\frac{1}{1-K} \qquad h+2=\frac{K+1}{1-K}$$

$$h=\frac{K+1}{1-K}-2=\frac{K+1-2+2K}{1-K}=\frac{3K-1}{1-K}$$

$$\boxed{h=\frac{3K-1}{1-K}}$$

64 Tra le rette del fascio di equazione $kx + (k + 1)y + 2 = 0$, determina:

a. le rette che intersecano l'asse y in punti di ordinata positiva;

b. la retta r parallela alla retta $4y - 3 = 0$;

c. la retta s perpendicolare alla retta passante per $\left(0; \frac{1}{4}\right)$ e $(1; 1)$;

d. le bisettrici degli angoli formati da r e s.

[a) $k < -1$; b) $y + 2 = 0$; c) $4x + 3y - 2 = 0$; d) $2x - y - 6 = 0$, $x + 2y + 2 = 0$]

$$kx + (k+1)y + 2 = 0$$

a) $\begin{cases} kx + (k+1)y + 2 = 0 \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (k+1)y + 2 = 0 \\ x = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y = -\frac{2}{k+1} \\ x = 0 \end{cases} \quad k \neq -1$

ASSE y

$$A\left(0, -\frac{2}{k+1}\right)$$

$$-\frac{2}{k+1} > 0 \qquad \frac{2}{k+1} < 0 \qquad k+1 < 0 \Downarrow \boxed{k < -1}$$

b) $/\!/ \; 4y - 3 = 0 \Rightarrow k = 0 \quad \boxed{y + 2 = 0}\; r$

c) $\perp \quad \left(0, \frac{1}{4}\right) \quad (1,1) \rightsquigarrow$ coeff. angolare $m = \dfrac{1 - \frac{1}{4}}{1 - 0} = \dfrac{3}{4}$

coeff. angolare del fascio $-\dfrac{k}{k+1}$

CONDIZ. DI PERPENDICOLARITÀ $m = -\dfrac{1}{m'}$

$$-\frac{k}{k+1} = -\frac{4}{3}$$

$$3k = 4k + 4 \qquad k = -4$$

$\Rightarrow -4x - 3y + 2 = 0 \quad \boxed{4x + 3y - 2 = 0}\; s$

d)
$$\frac{y+2}{\sqrt{1}} = \pm \frac{4x + 3y - 2}{\sqrt{16 + 9}}$$

$+ \rightsquigarrow 5(y+2) = 4x + 3y - 2$

$4x - 2y - 12 = 0$

$\boxed{2x - y - 6 = 0}$

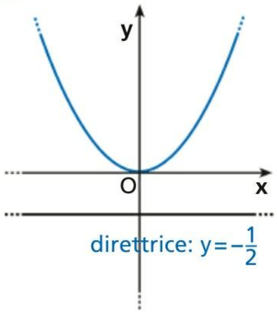
$- \rightsquigarrow 5(y+2) = -4x - 3y + 2$

$4x + 8y + 8 = 0$

$\boxed{x + 2y + 2 = 0}$

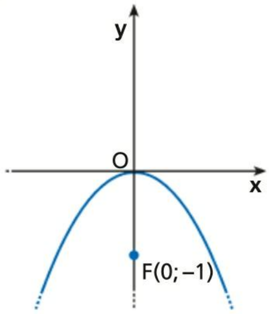
TROVARE LE EQUAZIONI

6



$\left[y = \frac{1}{2}x^2\right]$

7



$\left[y = -\frac{1}{4}x^2\right]$

$y = -\frac{1}{4a}$

$-\frac{1}{4a} = -\frac{1}{2}$

$\Downarrow$

$a = \frac{1}{2} \Rightarrow y = ax^2$

$\boxed{y = \frac{1}{2}x^2}$

ALTERNATIVA

$\longrightarrow \quad F(0,-1) \quad d:\ y = 1$

$P(x,y)$

$$\underbrace{\sqrt{(x-0)^2+(y+1)^2}}_{\text{DISTANZA DI P DAL FUOCO F}} = \underbrace{|y-1|}_{\text{DISTANZA DI P DALLA DIRETTRICE d}}$$

$x^2 + \cancel{y^2} + \cancel{1} + 2y = \cancel{y^2} + \cancel{1} - 2y$

$-4y = x^2 \qquad \boxed{y = -\frac{1}{4}x^2}$

10 Determina l'equazione di una parabola che ha per asse l'asse y, il vertice nell'origine degli assi e il fuoco nel punto $F\left(0; \frac{5}{2}\right)$.

$\left[y = \frac{1}{10}x^2\right]$

$f = \frac{5}{2} \qquad F\left(0, \frac{1}{4a}\right) \qquad \frac{1}{4a} = \frac{5}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{10} \qquad \boxed{y = \frac{1}{10}x^2}$

11 Una parabola ha vertice nell'origine, asse coincidente con l'asse y e direttrice che passa per il punto $\left(0; \frac{7}{4}\right)$. Scrivi l'equazione della parabola e le coordinate del fuoco.

$\left[y = -\frac{1}{7}x^2; F\left(0; -\frac{7}{4}\right)\right]$

$A\left(0, \frac{7}{4}\right) \Rightarrow d:\ y = \frac{7}{4} \qquad y = -\frac{1}{4a}$

$-\frac{1}{4a} = \frac{7}{4} \Rightarrow a = -\frac{1}{7}$

$\boxed{y = -\frac{1}{7}x^2} \qquad \boxed{F\left(0, -\frac{7}{4}\right)}$