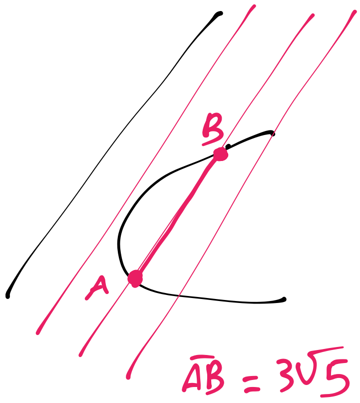
23/11/2017

240 Data la parabola di equazione $x = 2y^2 - 8y + 9$, trova quale retta, che interseca la parabola ed è parallela alla retta di equazione $2y = x$, definisce una corda lunga $3\sqrt{5}$. $\left[y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\right]$



$$2y = x \Rightarrow y = \frac{1}{2}x$$

$\Downarrow$ FASCIO DI RETTE PARALLELE

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x + K \Rightarrow x = 2y - 2K \\ x = 2y^2 - 8y + 9 \end{cases}$$

TROVO "FORMALMENTE" A E B (DIPENDONO DA K)

$$\Downarrow$$

$$2y^2 - 8y + 9 = 2y - 2K$$

$$2y^2 - 10y + 2K + 9 = 0$$

$$\frac{\Delta}{4} = 25 - 2(2K + 9) = 25 - 4K - 18 = 7 - 4K$$

$$y = \frac{5 \pm \sqrt{7 - 4K}}{2}$$

2 INTERSEZ.

$$\boxed{7 - 4K > 0}$$

$$x = \cancel{2} \cdot \frac{5 \pm \sqrt{7 - 4K}}{\cancel{2}} - 2K = 5 - 2K \pm \sqrt{7 - 4K}$$

$$A\left(\underbrace{5 - 2K + \sqrt{7 - 4K}}_{x_A}, \underbrace{\frac{5 + \sqrt{7 - 4K}}{2}}_{y_A}\right) \qquad B\left(\underbrace{5 - 2K - \sqrt{7 - 4K}}_{x_B}, \underbrace{\frac{5 - \sqrt{7 - 4K}}{2}}_{y_B}\right)$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} \Rightarrow \overline{AB}^2 = (x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2$$

$$(3\sqrt{5})^2 = \left(2\sqrt{7 - 4K}\right)^2 + \left(\frac{\cancel{2}\sqrt{7 - 4K}}{\cancel{2}}\right)^2$$

$$\left(3\sqrt{5}\right)^2 = \left(2\sqrt{7-4K}\right)^2 + \left(\frac{\cancel{2}\sqrt{7-4K}}{\cancel{2}}\right)^2$$

$$45 = 4(7-4K) + 7 - 4K$$

$$45 = 28 - 16K + 7 - 4K$$

$$20K = 35 - 45$$

$$20K = -10$$

$$\boxed{K = -\frac{1}{2}}$$

$$y = \frac{1}{2}x + K$$

$$\boxed{y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}}$$

243 ●●

Determina le intersezioni A e B della parabola di equazione $y = -x^2 + 4x + 5$ con la retta di equazione $y = -x + 5$ e trova un punto P sull'arco di parabola AB in modo che il triangolo OPB abbia area 20.

[$A(0; 5)$, $B(5; 0)$; due soluzioni: $(1; 8)$, $(3; 8)$]

VERTICE $-\frac{b}{2a} = -\frac{4}{-2} = 2$

$y_V = -4 + 8 + 5 = 9$

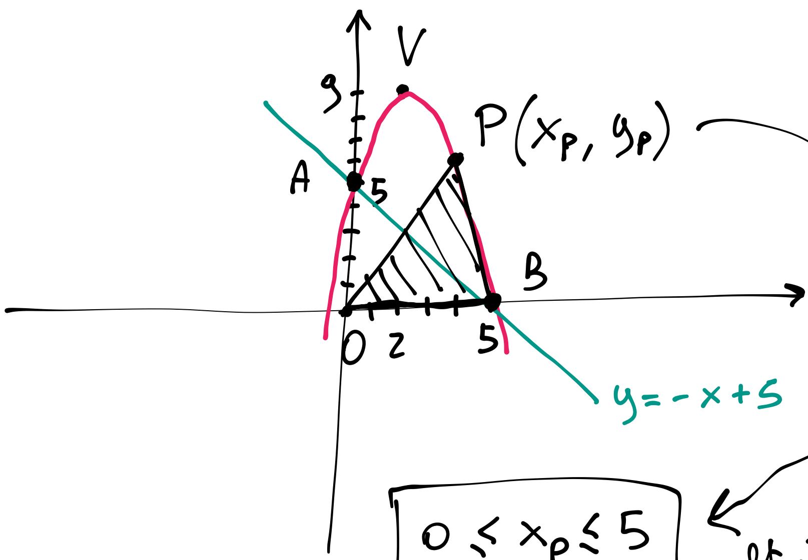
$V(2, 9)$

$$\begin{cases} y = -x^2 + 4x + 5 \\ y = -x + 5 \end{cases}$$

$-x + \cancel{5} = -x^2 + 4x + \cancel{5}$

$x^2 - 5x = 0 \quad x(x-5) = 0$ → $x = 0$, $x = 5$

$A(0, 5) \quad B(5, 0)$



$\boxed{0 \le x_P \le 5}$ altrimenti P NON apparterrebbe all'arco AB

BASE $\overline{OB}$

$\mathcal{A}_{OPB} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot |y_P|$

ALTEZZA (INCOGNITA)

$\frac{5}{2}|y_P| = 20$ IMPONGO CHE L'AREA SIA 20

$|y_P| = \frac{20 \cdot 2}{5} = 8 \Rightarrow |y_P| = 8 \Rightarrow y_P = \pm 8$

-8 lo SCARTO PERCHÉ x_P SAREBBE FUORI DALL'INTERVALLO $[0, 5]$

$y_P = 8 \Rightarrow$ TROVO x_P SOSTITUENDO ALL'EQ. DELLA PARABOLA

$8 = -x_P^2 + 4x_P + 5$

$x_P^2 - 4x_P + 3 = 0$

$(x_P - 3)(x_P - 1) = 0 \Rightarrow x_P = 3$, $x_P = 1$

$P(1, 8) \lor P(3, 8)$

296 Determina per quale valore di k la parabola di equazione $y = x^2 + 3x + 2k - 1$ risulta tangente alla retta passante per i punti $A(-1; 3)$ e $B(1; -1)$.

$\left[\frac{33}{8}\right]$

RETTA AB

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A}$$

$$\frac{x+1}{1+1} = \frac{y-3}{-1-3}$$

$$\frac{x+1}{\cancel{2}} = \frac{y-3}{-\cancel{4}\,2}$$

$$-2(x+1) = y - 3$$

$$y = -2x + 1$$

$$\begin{cases} y = x^2 + 3x + 2k - 1 \\ y = -2x + 1 \end{cases}$$

$$x^2 + 3x + 2k - 1 = -2x + 1$$

$$\underbrace{x^2}_{a=1} + \underbrace{5}_{b}x + \underbrace{2k - 2}_{c} = 0$$

PONGO $\Delta = 0$

CONDIZ. DI TANGENZA

$$25 - 4 \cdot 1 \cdot (2k - 2) = 0$$

$$b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 0$$

$$25 - 8k + 8 = 0$$

$$-8k = -33$$

$$\boxed{k = \frac{33}{8}}$$

297 Determina l'equazione della retta tangente alla parabola di equazione $y = -x^2 + x + 2$ e parallela alla retta di equazione $x - y + 1 = 0$, poi calcola le coordinate del punto di tangenza.

$[x - y + 2 = 0; P(0; 2)]$

$$x - y + 1 = 0 \Rightarrow y = x + 1$$

$$y = x + K$$

$$\begin{cases} y = -x^2 + x + 2 \\ y = x + K \end{cases}$$

$$\cancel{x} + K = -x^2 + \cancel{x} + 2$$

$$x^2 + K - 2 = 0$$

$$\Delta = 0 \qquad -4(K-2) = 0 \Rightarrow K = 2$$

$$\boxed{y = x + 2}$$

per trovare il punto di tangenza risolvo il sistema ....

$$x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = 2 \qquad \boxed{P(0,2)}$$