**14** ★★★ Due onde armoniche della stessa ampiezza $a$ e con la stessa pulsazione ω giungono nello stesso punto e si sovrappongono. L'onda risultante è descritta dalla formula:

$$y = \sqrt{3}\, a \cos(\omega t + \pi/4).$$

- ▶ Scrivi le equazioni che descrivono le due onde iniziali.
- ▶ Calcola la differenza di fase tra le due onde.
- ▶ Calcola la differenza di fase iniziale che fornirebbe un'onda risultante di ampiezza $a$.

Suggerimento: ricorda che in trigonometria vale la relazione: $\cos\alpha \cos\beta = 1/2[\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)]$ e che l'ampiezza $\sqrt{3}\,a$ può essere scritta come $\frac{\sqrt{3}}{2}(2a)$.)

[$y_1 = a\cos(\omega t + 5/12\pi)$, $y_2 = a\cos(\omega t + \pi/12)$; $\pi/3$; $\pm 2/3\pi + 4k\pi$]

F. PROSTAFERESI

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\left.\begin{array}{l} y_1 = a\cos(\omega t + \varphi_1) \\ y_2 = a\cos(\omega t + \varphi_2) \end{array}\right. \Rightarrow y = y_1 + y_2 = A\left[\cos(\omega t + \varphi_1) + \cos(\omega t + \varphi_2)\right] =$$

$$= a \cdot 2\cos\frac{2\omega t + \varphi_1 + \varphi_2}{2}\cos\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} =$$

$$= 2a\cos\left(\omega t + \frac{\varphi_1+\varphi_2}{2}\right)\cos\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}$$

CONFRONTARE CON

$$\boxed{y = \sqrt{3}\, a\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)}$$

$$y = \underbrace{2a\cos\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}}_{\text{AMPIEZZA}}\cos\left(\omega t + \frac{\varphi_1+\varphi_2}{2}\right)$$

$$\begin{cases} 2\cancel{a}\cos\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2} = \sqrt{3}\,\cancel{a} \\ \frac{\varphi_1+\varphi_2}{2} = \frac{\pi}{4} \end{cases} \qquad \begin{cases} \cos\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\varphi_1+\varphi_2}{2} = \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\varphi_1-\varphi_2}{2} = \frac{\pi}{6} \\ \frac{\varphi_1+\varphi_2}{2} = \frac{\pi}{4} \end{cases} \qquad \left[\pm\frac{\pi}{6} + 2k\pi\right] \qquad \begin{cases} \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\pi}{3} \\ \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$2\varphi_1 = \frac{5}{6}\pi$$

$$\begin{cases} \varphi_1 = \frac{5}{12}\pi \\ \varphi_2 = \frac{\pi}{2} - \frac{5}{12}\pi = \frac{\pi}{12} \end{cases} \qquad \boxed{\begin{array}{l} y_1 = a\cos\left(\omega t + \frac{5}{12}\pi\right) \\ y_2 = a\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{12}\right) \end{array}}$$

DIFF. DI FASE $\boxed{\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\pi}{3}}$

$$\underbrace{2\cancel{a}\cos\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}}_{\text{AMPIEZZA}} = \cancel{a}$$

$$\cos\alpha = \frac{1}{2}$$

$$\alpha = \pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi$$

$$\cos\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2} = \frac{1}{2}$$

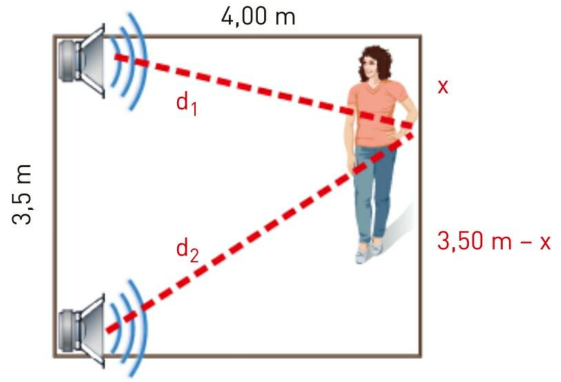
$$\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2} = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \quad \vee \quad \frac{\varphi_1-\varphi_2}{2} = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi$$

$$\varphi_1-\varphi_2 = \frac{2}{3}\pi + 4k\pi \quad \vee \quad \varphi_1-\varphi_2 = -\frac{2}{3}\pi + 4k\pi$$

$$\boxed{\varphi_1-\varphi_2 = \pm\frac{2}{3}\pi + 4k\pi} \qquad k = 0, 1, -1, 2, -2, \dots$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

**16** ★★★ Laura è in una camera nella quale sono posizionate due casse acustiche lungo una parete, alla distanza $d = 3{,}50$ m l'una dall'altra. Laura si posiziona lungo la parete opposta, distante 4,00 m dalla parete precedente.




▸ Determina $x$ lungo la parete in modo da ottimizzare l'ascolto di un suono (velocità pari a 340 m/s) di frequenza $f = 700$ Hz.

Suggerimento: considera $k = \pm 1$ nella condizione di interferenza costruttiva.

[1,14 m e 2,36 m]

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{700}\ \text{m} = \frac{17}{35}\ \text{m}$$

$$\boxed{d_1 - d_2 = \pm\lambda}$$

$$d_1 = \sqrt{4^2 + x^2} \qquad d_2 = \sqrt{4^2 + (3{,}5 - x)^2}$$

$$\sqrt{16 + x^2} - \sqrt{16 + (3{,}5 - x)^2} = \pm\frac{17}{35}$$

$$\sqrt{16 + (3{,}5 - x)^2} = \pm\frac{17}{35} + \sqrt{16 + x^2}$$

$$\cancel{16} + (3{,}5)^2 + \cancel{x^2} - 7x = \left(\frac{17}{35}\right)^2 + \cancel{16} + \cancel{x^2} \pm \frac{34}{35}\sqrt{16 + x^2}$$

$$12{,}25 - 7x = \left(\frac{17}{35}\right)^2 \pm \frac{34}{35}\sqrt{16 + x^2}$$

$$12{,}25 - \left(\frac{17}{35}\right)^2 - 7x = \pm\frac{34}{35}\sqrt{16 + x^2}$$

$$\left[12{,}25 - \left(\frac{17}{35}\right)^2 - 7x\right]^2 = \left(\frac{34}{35}\right)^2 (16 + x^2)$$

RISOLUZIONE GEOGEBRA

$$d : \left(12.25 - \left(\frac{17}{35}\right)^2 - 7x\right)^2 = \left(\frac{34}{35}\right)^2 (16 + x^2)$$

$L_2$ = Risolvi (d)

$\approx \{x = 1.14, x = 2.36\}$

$$\boxed{\begin{array}{l} x = 1{,}14\ \text{m} \\ \vee \\ x = 2{,}36\ \text{m} \end{array}}$$