141 pg. 383

DOMINIO = $\mathbb{R}$

$y = x^3 - 6x^2$ SEGNO E INTERSEZIONI CON GLI ASSI

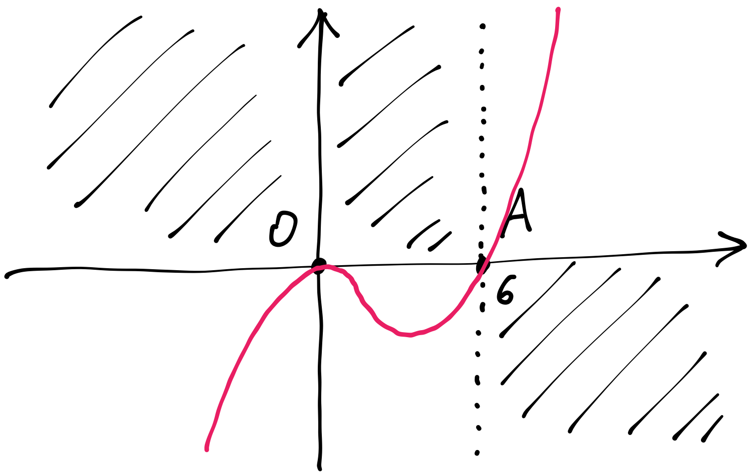
1) INTERS. CON ASSE X (TROVARE GLI ZERI)

$$\begin{cases} y = x^3 - 6x^2 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow x^3 - 6x^2 = 0 \qquad x^2(x-6) = 0 \quad \begin{matrix} \nearrow x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \\ \searrow x - 6 = 0 \Rightarrow x = 6 \end{matrix}$$

$O(0,0)$ $A(6,0)$

2) INTERS. ASSE Y

$$\begin{cases} y = x^3 - 6x^2 \\ x = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 0 \\ x = 0 \end{cases} \rightarrow \text{RITROVO } O(0,0)$$



3) STUDIO SEGNO

$x^3 - 6x^2 > 0$ $\underbrace{x^2}_{①}\underbrace{(x-6)}_{②} > 0$

① $x^2 > 0 \Rightarrow \forall x \neq 0$

② $x - 6 > 0 \Rightarrow x > 6$

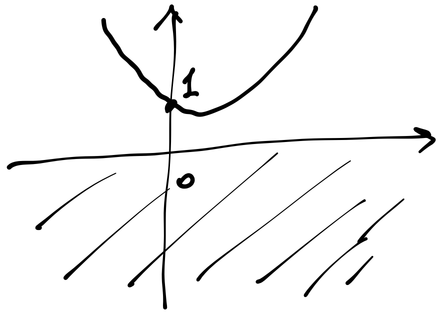
	0		6	
+	0	+		+
−		−	0	+
−	0	−	0	+

La funzione è > 0 per x > 6

143) $y = 2x^2 - x + 1 \qquad D = \mathbb{R}$

ASSE x $\begin{cases} y = 2x^2 - x + 1 \\ y = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x^2 - x + 1 = 0 \\ y = 0 \end{cases} \qquad \Delta = 1 - 8 = -7$ NON ESISTONO INT. CON ASSE X

ASSE y $\begin{cases} y = 1 \\ x = 0 \end{cases} \qquad A(0,1)$



$\Delta < 0 \Rightarrow 2x^2 - x + 1$ è sempre > 0

$2x^2 - x + 1 > 0 \Rightarrow \forall x \in \mathbb{R}$ $+$

144) $y = \dfrac{x^2 - 9}{x} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

INT. ASSE X $\begin{cases} y = 0 \\ y = \dfrac{x^2 - 9}{x} \end{cases} \Rightarrow \dfrac{x^2 - 9}{x} = 0 \Rightarrow x^2 - 9 = 0 \quad x = \pm 3$

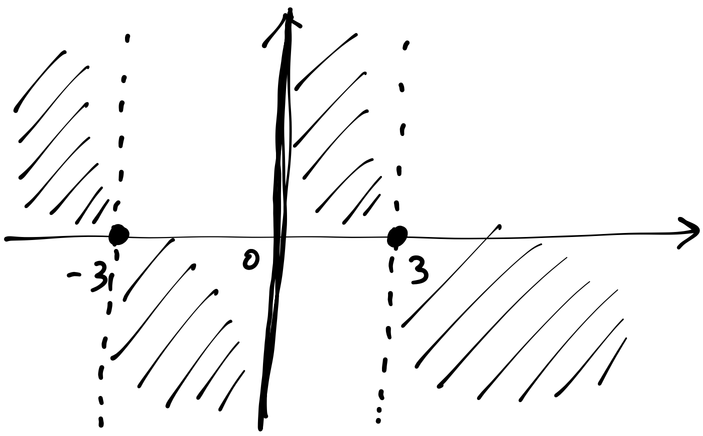
$A(-3, 0) \quad B(3, 0)$

SEGNO $\dfrac{x^2 - 9}{x} > 0$

N] $x^2 - 9 > 0 \Rightarrow x < -3 \lor x > 3$

D] $x > 0$

		-3		0		3	
N]	+	0	−		−	0	+
D]	−		−	X	+		+
	−	0	+	X	−	0	+



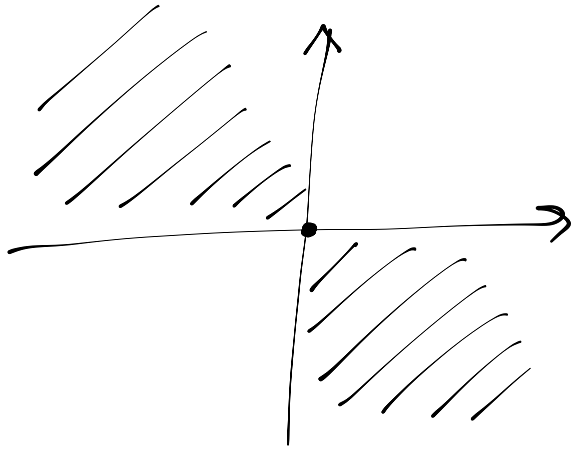
142) $y = x^3 + 4x$ $\qquad D = \mathbb{R}$

ASSE X
$$\begin{cases} y = x(x^2+4) \\ y = 0 \end{cases}$$

$\Downarrow$

$$x\underbrace{(x^2+4)}_{\text{sempre} > 0} = 0 \Longrightarrow x = 0$$

$O(0,0)$

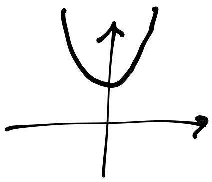


SEGNO

$$\underbrace{x}_{①}\underbrace{(x^2+4)}_{②} > 0$$

① $x > 0$

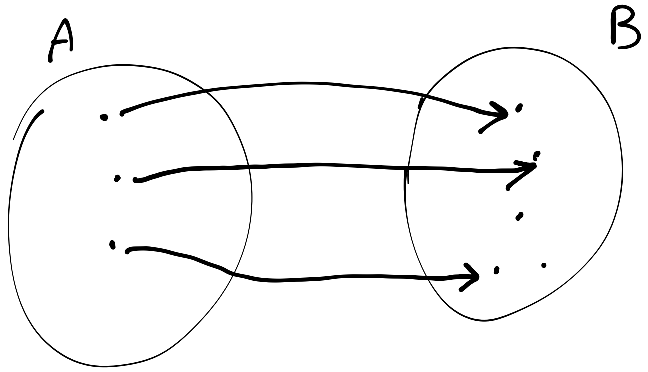
② $\underbrace{x^2+4 > 0}$ $\forall x \in \mathbb{R}$



		0	
①	$-$	0	$+$
②	$+$		$+$
	$-$		$+$

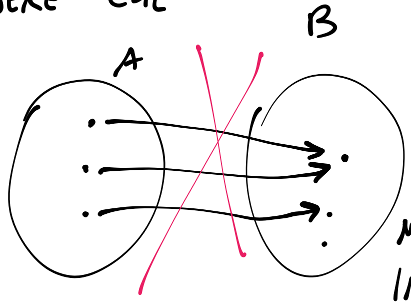
FUNZIONI INIETTIVE (1-1)

IDEA



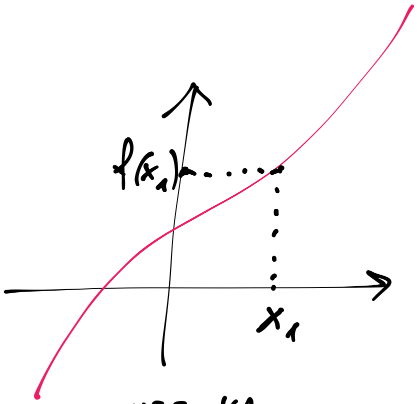
ELEMENTI DISTINTI DI A VANNO IN ELEMENTI DISTINTI DI B

NON DEVE SUCCEDERE CHE



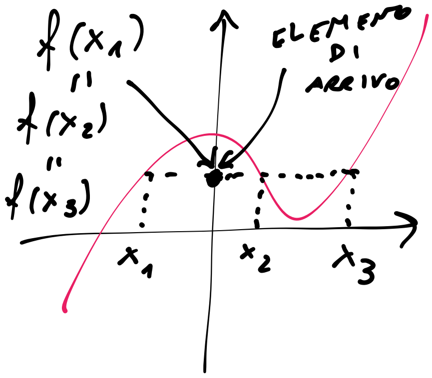
NON INIETTIVA

GRAFICAMENTE



INIETTIVA

NON INIETTIVA



x_1, x_2, x_3 hanno la stessa immagine!

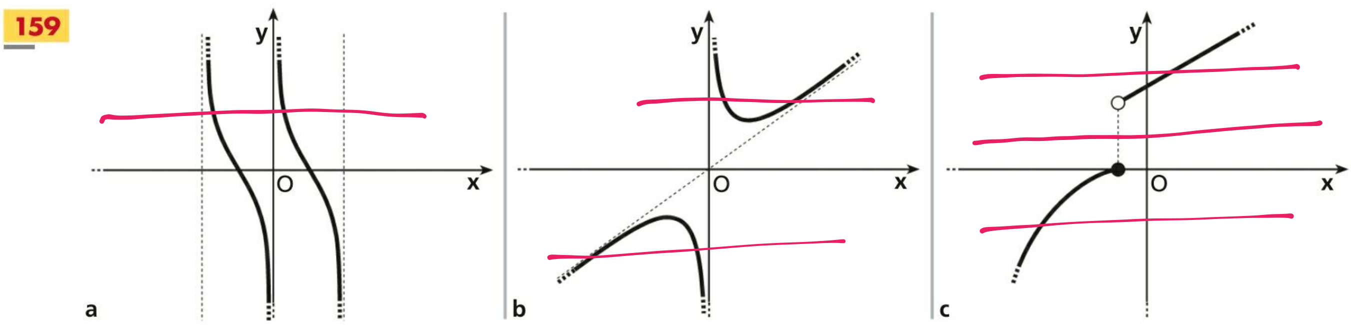
$f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$

DEFINIZIONE FORMALE

$f: A \to B$ È INIETTIVA se

per ogni $x_1, x_2 \in A$, $\quad x_1 \neq x_2 \implies f(x_1) \neq f(x_2)$

VERIFICARE L'INIETTIVITÀ

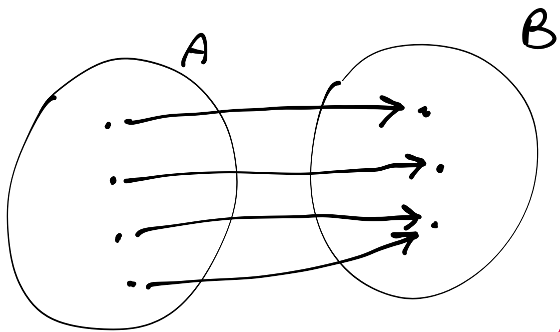


NO NO SÌ

Una qualsiasi retta orizzontale interseca il grafico di una funzione INIETTIVA al max in un punto (o 1 oppure nessuno)

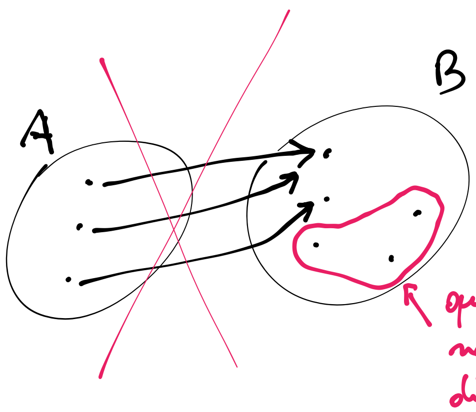
FUNZIONI SURIETTIVE

IDEA



TUTTI GLI ELEMENTI DI B SONO IMMAGINI DI QUALCHE ELEMENTO DI A

NON DEVE SUCCEDERE



questi elementi non sono immagini di nessun elemento di A

La suriettività dipende dall'insieme B: se cambio B e lo sostituisco con l'insieme delle immagini, la funzione diventa suriettiva.

ESEMPIO

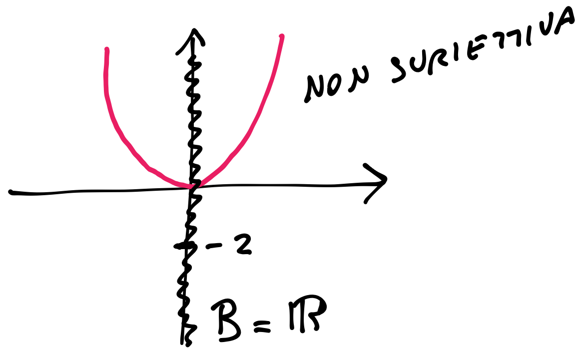
$$\boxed{\mathbb{R}_0^+ = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}}$$

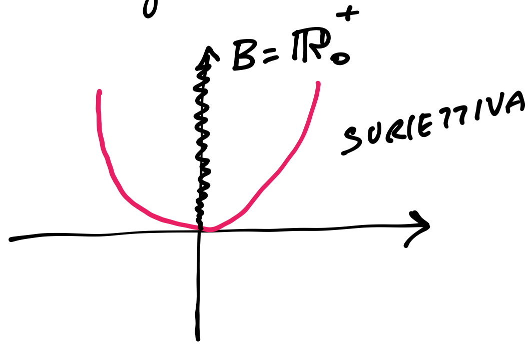
$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$f(x) = x^2$

$g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}_0^+$

$g(x) = x^2$





Se prendo un numero negativo in B, ad es. -2, questo non è immagine di alcun elemento del dominio

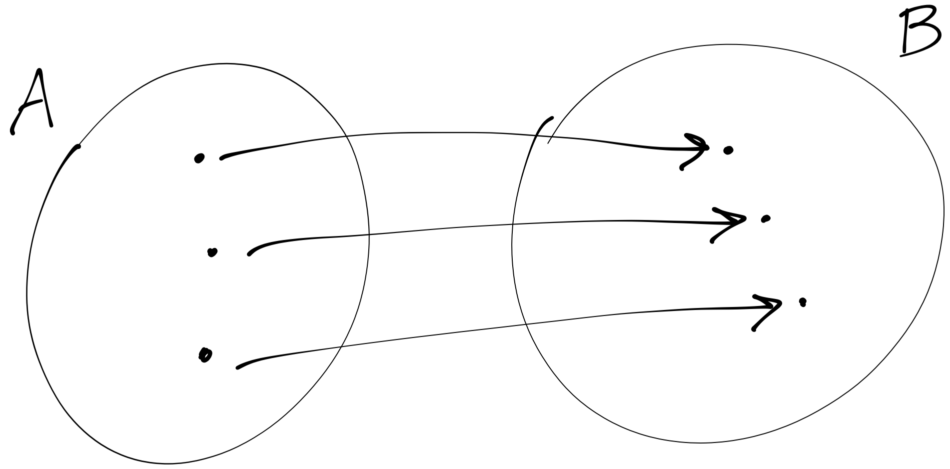
Se prendo un qualsiasi elemento di $B = \mathbb{R}_0^+$, questo è positivo, quindi posso risalire agli elementi del dominio di cui è immagine! Ad es. 4 è immagine di 2 e di -2. Prendere -3 NON è lecito perché $-3 \notin B$.

DEFINIZIONE FORMALE

Una funzione $f: A \to B$ è SURIETTIVA se

PER OGNI $y \in B$ ESISTE ALMENO UN $x \in A$ TALE CHE

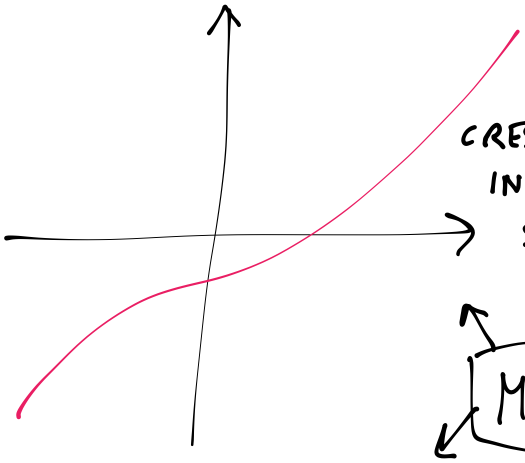
$$y = f(x)$$



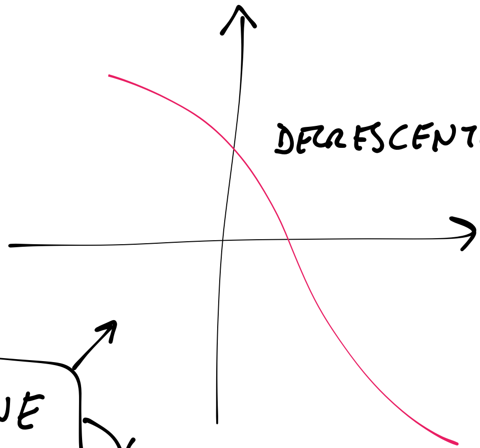
È SURIETTIVA E INIETTIVA

UNA FUNZIONE INIETTIVA E SURIETTIVA SI DICE <u>BIETTIVA</u> O <u>CORRISPONDENZA BIUNIVOCA</u>

FUNZIONI CRESCENTI o DECRESCENTI

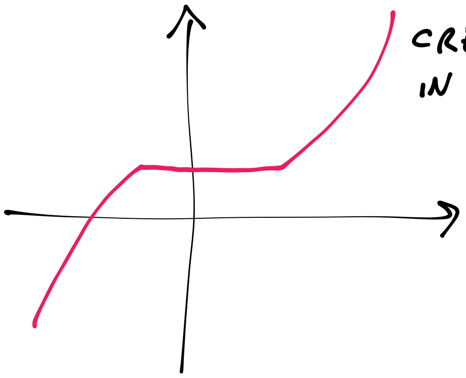


CRESCENTE IN SENSO STRETTO

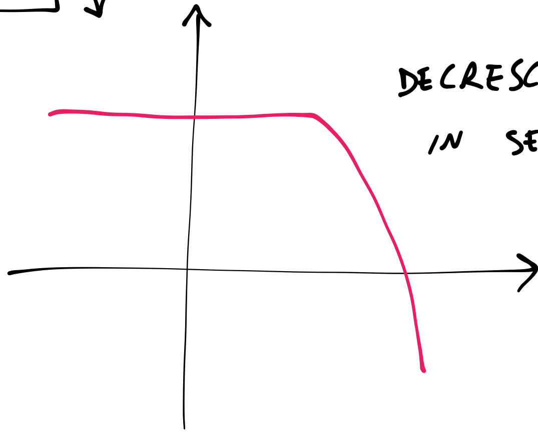


DECRESCENTE IN SENSO STRETTO

$\boxed{\text{MONOTÒNE}}$



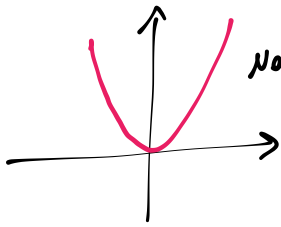
CRESCENTE IN SENSO LATO



DECRESCENTE IN SENSO LATO

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

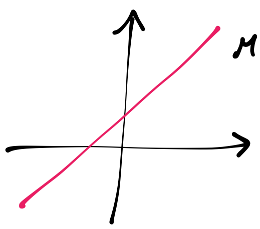
$f(x) = x^2$



NON È MONOTÒNA

$g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

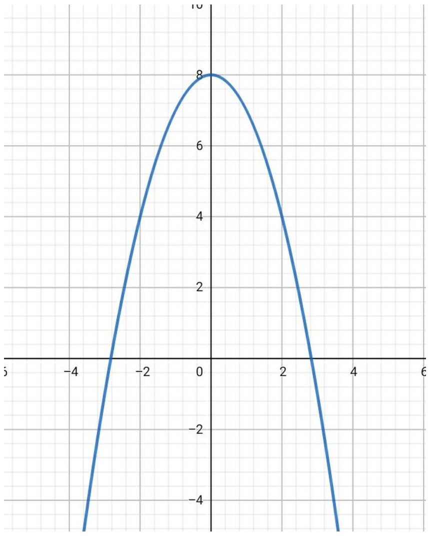
$f(x) = x + 1$



MONOTÒNA CRESCENTE (IN SENSO STRETTO)

PAG. 385 N 163 → INDICARE GLI INTERVALLI IN CUI SONO CRESCENTI O DECRESCENTI LE FUNZIONI

$$y = 8 - x^2 \xrightarrow{\text{GEOGEBRA}} y = 8-x\text{^}2$$



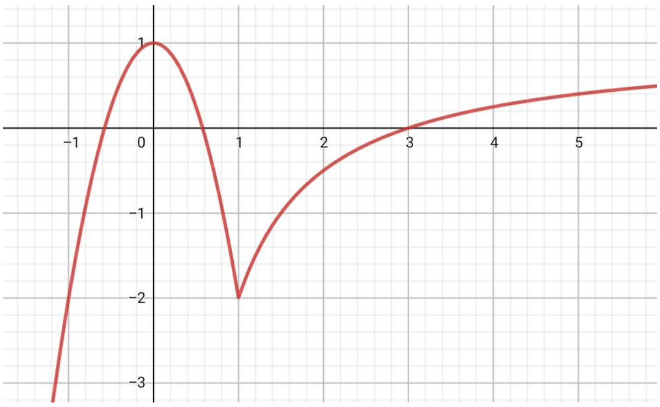
CRESCENTE PER $x < 0$

DECRESCENTE PER $x > 0$

N 166

$$y = \begin{cases} 1-3x^2 & x \leq 1 \\ \dfrac{x-3}{x} & x > 1 \end{cases}$$

SE(x <=1, 1-3x^2, x >1, (x-3)/x)



CRESCENTE PER $x < 0$

DECRESCENTE PER $0 < x < 1$

CRESCENTE PER $x > 1$