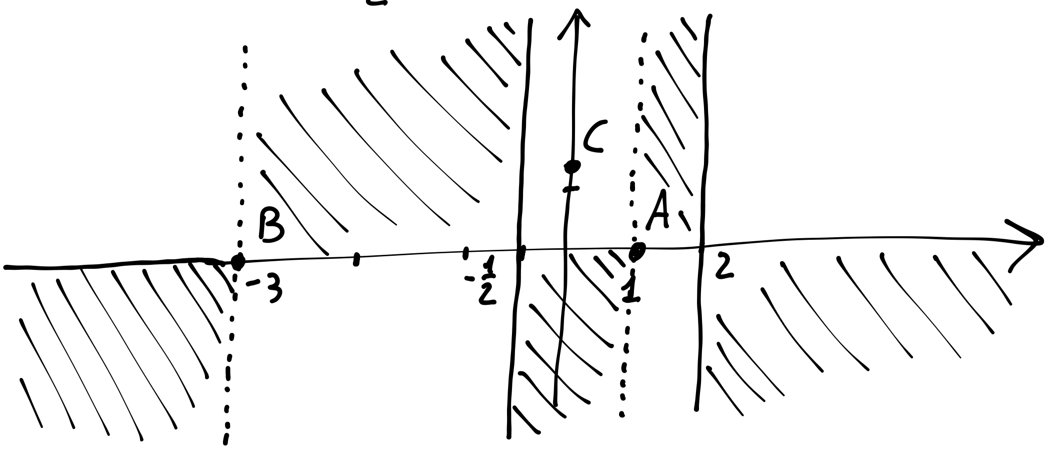
146 $y = \dfrac{(x-1)(x+3)}{(x-2)(2x+1)}$ STUDIARE DOMINIO, SEGNO, INTERSEZIONI

DOMINIO $\rightarrow$ denominatore $\neq 0$

dom f
$$x-2 \neq 0 \qquad x \neq 2$$
$$2x+1 \neq 0 \qquad x \neq -\frac{1}{2}$$

$$D = \left(-\infty, -\frac{1}{2}\right) \cup \left(-\frac{1}{2}, 2\right) \cup \left(2, +\infty\right)$$



INTERSEZ. ASSE x

$$\begin{cases} \dfrac{(x-1)(x+3)}{(x-2)(2x+1)} = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -3 \\ y = 0 \end{cases}$$

A (1,0) B (-3,0)

INTERSEZ. ASSE y

$$\begin{cases} y = \dfrac{(x-1)(x+3)}{(x-2)(2x+1)} \\ x = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} y = \dfrac{3}{2} \\ x = 0 \end{cases}$$

$C\left(0, \frac{3}{2}\right)$

SEGNO

$$\frac{\overset{N_1}{(x-1)}\overset{N_2}{(x+3)}}{\underset{D_1}{(x-2)}\underset{D_2}{(2x+1)}} > 0$$

$$x-1 > 0 \Rightarrow x > 1$$
$$x+3 > 0 \Rightarrow x > -3$$
$$x-2 > 0 \Rightarrow x > 2$$
$$2x+1 > 0 \Rightarrow x > -\frac{1}{2}$$

		-3		$-\frac{1}{2}$		1		2	
N_1	−		−		−	0	+		+
N_2	−	0	+		+		+		+
D_1	−		−		−		−	X	+
D_2	−		−	X	+		+		+
	+	0	−	X	+	0	−	X	+

PAG. 383 | N. 147

$y = \sqrt[3]{x^4 - 8x}$ DOMINIO $= \mathbb{R}$

$\uparrow$ la radice cubica esiste di ogni numero, positivo o negativo

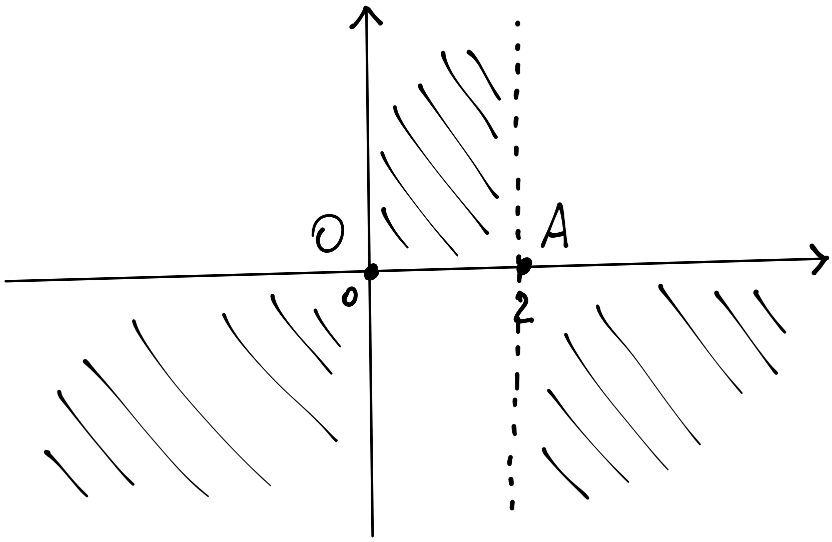
INTERSEZ. ASSE X

$\begin{cases} y = \sqrt[3]{x^4 - 8x} \\ y = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} \sqrt[3]{x^4 - 8x} = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x^4 - 8x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x(x^3 - 8) = 0 \\ y = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x^3 - 8 = 0 \rightarrow x^3 = 8 \rightarrow x = \sqrt[3]{8} = 2 \\ y = 0 \end{cases}$

$O(0,0)$ $A(2,0)$

$\uparrow$ siccome questo è anche intersezione con l'asse y, non ci sono altre intersezioni con l'asse y



SEGNO

$\sqrt[3]{x^4 - 8x} > 0 \rightarrow x^4 - 8x > 0$ $\underset{\boxed{1}}{x}\,\underset{\boxed{2}}{(x^3 - 8)} > 0$

$\boxed{1}$ $x > 0$

$\boxed{2}$ $x^3 - 8 > 0 \rightarrow x^3 > 8 \rightarrow x > 2$

		0		2	
	−	0	+		+
	−		−	0	+
	+	0	−	0	+

ESEMPIO CON LA RADICE QUADRATA

$$y = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} \qquad \text{DOMINIO} \Rightarrow \frac{x+1}{x-1} \geq 0$$

N: $x+1 > 0 \quad x > -1$

D: $x-1 > 0 \quad x > 1$

		-1		1	
N	−	0	+		+
D	−		−	X	+
	+	0	−	X	+

$x \leq -1 \ \vee \ x > 1$

$(-\infty, -1] \cup (1, +\infty)$ si può anche scrivere $]-\infty, -1] \cup]1, +\infty[$

INTERSEZIONI CON GLI ASSI (ANCHE SE LE ABBIAMO GIÀ TROVATE)

INT. ASSE X

$$\begin{cases} y = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} = 0 \rightarrow \frac{x+1}{\cancel{x-1}} = 0 \rightarrow x+1 = 0 \rightarrow x = -1$$

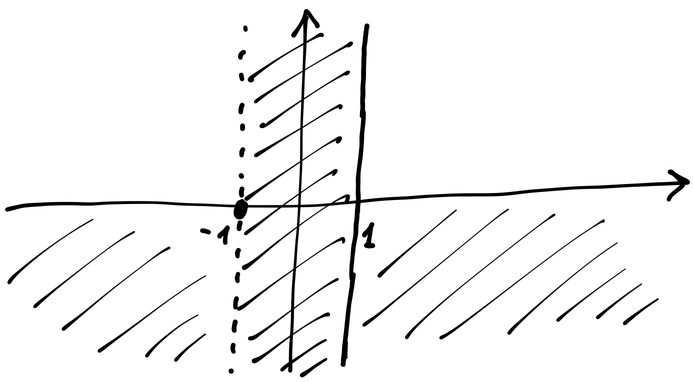
$A(-1, 0)$

INT. ASSE Y

$$\begin{cases} y = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} \\ x = 0 \end{cases} \rightarrow y = \sqrt{-1} \text{ IMPOSSIBILE}$$

infatti 0 NON è nel DOMINIO!

DOMINIO $(-\infty, -1] \cup (1, +\infty)$



SEGNO

$y = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} \geq 0$ quando? Sempre, per tutti gli x del dominio.

Quando esiste, una radice quadrata è sempre ≥ 0

$\Rightarrow$ CANCELLO LA PARTE NEGATIVA