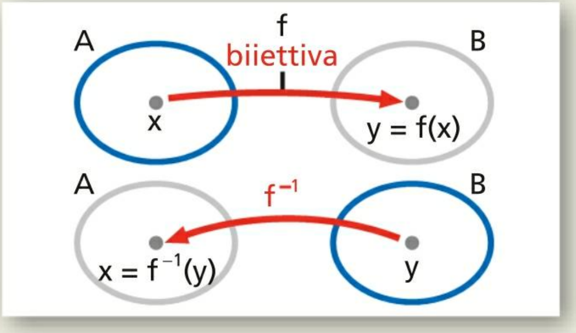
La funzione inversa

DEFINIZIONE

Funzione inversa

Sia $f: A \to B$ una funzione biiettiva. La funzione inversa di f è la funzione biiettiva $f^{-1}: B \to A$ che associa a ogni y di B il valore x di A tale che $y = f(x)$.



ESEMPIO

$f: \mathbb{R}_0^+ \to \mathbb{R}_0^+$ BIETTIVA $\qquad f^{-1}: \mathbb{R}_0^+ \to \mathbb{R}_0^+$

$f(x) = x^2 \qquad f^{-1}(x) = \sqrt{x}$

$x \xmapsto{f} x^2 \xmapsto{f^{-1}} \sqrt{x^2} = x \qquad (x \in \mathbb{R}_0^+)$

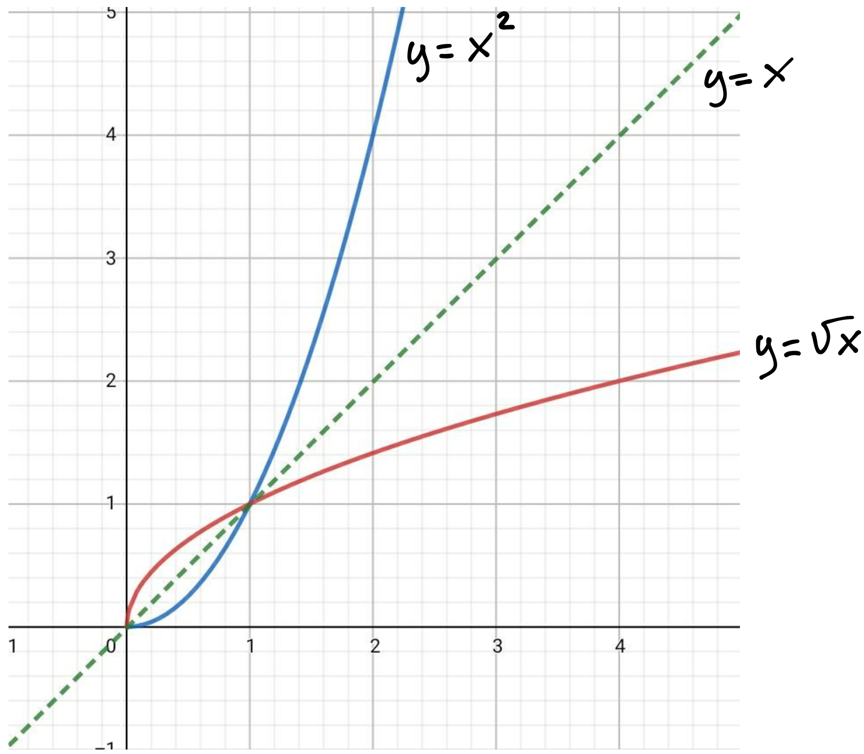
$x \xmapsto{f^{-1}} \sqrt{x} \xmapsto{f} (\sqrt{x})^2 = x$

$3 \xmapsto{f} 3^2 = 9 \xmapsto{f^{-1}} \sqrt{9} = 3$

ATTENZIONE! IN GENERALE

$$\sqrt{x^2} = |x|$$

GRAFICAMENTE $\rightarrow$ il grafico di f^{-1} è simmetrico di f rispetto alla bisettrice I-III quadrante, (cioè la retta $y = x$)



CALCOLA L'INVERSA

232 $f(x) = -3x + 2$

233 $f(x) = \frac{1}{4}x - 1$

232) $f(x) = -3x+2$ $\quad f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $\quad f^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $\quad f^{-1}(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$

$$y = -3x + 2 \xrightarrow[\text{SCAMBIO LA } y \text{ CON LA } x]{\text{SIMMETRIA RISP. } y=x} x = -3y + 2$$

$$3y = -x + 2$$

$$\boxed{y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}}$$

233) $f(x) = \frac{1}{4}x - 1$ $\quad y = \frac{1}{4}x - 1$

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$f^{-1}(x) = 4x + 4$

$$x = \frac{1}{4}y - 1$$

$$4x = y - 4 \quad \boxed{y = 4x + 4}$$

$f^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

234 $f(x) = \dfrac{1}{2x-1}$ $\left[f^{-1}(x) = \dfrac{x+1}{2x}; D: x \neq 0\right]$

235 $f(x) = \dfrac{1-x}{x+4}$ $\left[f^{-1}(x) = \dfrac{1-4x}{x+1}; D: x \neq -1\right]$

236 $f(x) = \sqrt{5x}$ $\left[f^{-1}(x) = \dfrac{x^2}{5}; D: x \geq 0\right]$

234) $f(x) = \dfrac{1}{2x-1}$

$$y = \frac{1}{2x-1} \rightsquigarrow x = \frac{1}{2y-1}$$

$$2y-1 = \frac{1}{x}$$

$$2y = \frac{1}{x} + 1$$

$$2y = \frac{1+x}{x}$$

$$\boxed{y = \frac{x+1}{2x}}$$

235) $f(x) = \dfrac{1-x}{x+4}$

$$y = \frac{1-x}{x+4} \rightsquigarrow x = \frac{1-y}{y+4}$$

$$(y+4)x = 1-y$$

$$yx + 4x + y = 1$$

$$y(x+1) = 1-4x$$

$$y = \frac{1-4x}{x+1} \qquad \boxed{f^{-1}(x) = \frac{1-4x}{x+1}}$$