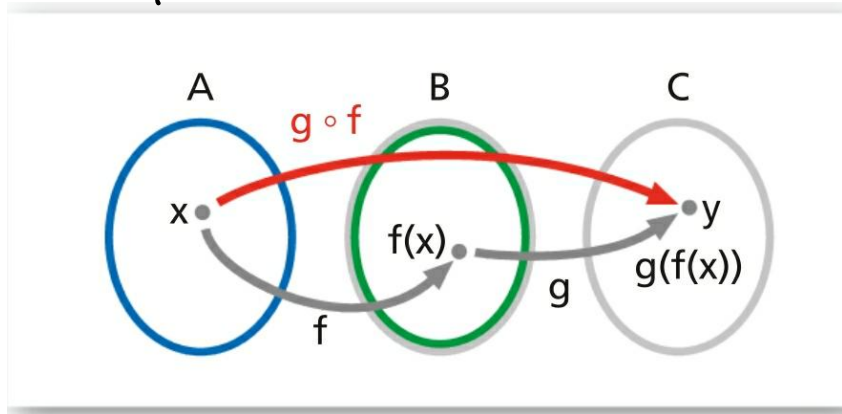


8/11/2017

FUNZIONI COMPOSITE

$$f: A \rightarrow B \quad g: B \rightarrow C$$



$$g \circ f : A \longrightarrow C$$

$\underbrace{\hspace{1cm}}$
 g COMPOSTO f
 oppure
 g DOPO f

ESEMPIO

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = 3x - 1$$

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$g(x) = 2x$$

$$x \xrightarrow{f} 3x - 1 \xrightarrow{g} 2(3x - 1) = 6x - 2$$

$$g \circ f : x \longmapsto 6x - 2$$

$$g(f(x)) = g(3x - 1) = 2 \cdot (3x - 1) = 6x - 2$$

IN PRATICA VALE CHE $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

SE CALCO $f \circ g$ OTTENGO $f(x) = 3x - 1$ $g(x) = 2x$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(2x) = 3 \cdot (2x) - 1 = 6x - 1$$

IN GENERALE $f \circ g \neq g \circ f$

Date le seguenti funzioni f e g , determina $f \circ g$ e $g \circ f$.

239 $f(x) = \frac{1}{x-3x^2}$;

$g(x) = \sqrt{x} - 1$.

$[f \circ g = \frac{1}{7\sqrt{x} - 3x - 4}; g \circ f = \sqrt{\frac{1}{x-3x^2} - 1}]$

240 $f(x) = 2x^2 - 1$;

$g(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$.

$[f \circ g = \frac{2}{x+1} - 1; g \circ f = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot |x|}}]$

239

$f(x) = \frac{1}{x-3x^2}$ $g(x) = \sqrt{x} - 1$

$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{x} - 1) = \frac{1}{(\sqrt{x} - 1) - 3(\sqrt{x} - 1)^2} =$

PRIMA
MI OCCUPO
DI QUEL
INTERNA!

$= \frac{1}{\sqrt{x} - 1 - 3(x + 1 - 2\sqrt{x})} =$

$= \frac{1}{\sqrt{x} - 1 - 3x - 3 + 6\sqrt{x}} = \frac{1}{7\sqrt{x} - 3x - 4}$

$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{1}{x-3x^2}\right) = \sqrt{\frac{1}{x-3x^2}} - 1 = \frac{1}{\sqrt{x-3x^2}} - 1$

240

$f(x) = 2x^2 - 1$ $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$

$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f\left(\frac{1}{\sqrt{x+1}}\right) = 2\left(\frac{1}{\sqrt{x+1}}\right)^2 - 1 = \frac{2}{x+1} - 1 =$

$= \frac{2-x-1}{x+1} = \frac{1-x}{x+1}$

$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(2x^2 - 1) = \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 1 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{2x^2}} =$

$\sqrt{x^2} = |x|$ $= \frac{1}{\sqrt{2} \cdot |x|}$

COSA SUCCEDDE SE COMPONGO f E f^{-1} ?

ESEMPIO

$$f(x) = 3x - 2$$

Calcolo l'inversa

$$y = 3x - 2$$

$$x = \frac{y + 2}{3}$$

$$3x = y + 2$$

$$x = \frac{y + 2}{3}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x + 2}{3}$$

$$\begin{aligned} (f \circ f^{-1})(x) &= f(f^{-1}(x)) = f\left(\frac{x+2}{3}\right) = 3\left(\frac{x+2}{3}\right) - 2 = \\ &= x + 2 - 2 = x \end{aligned}$$

$$(f^{-1} \circ f)(x) = f^{-1}(f(x)) = f^{-1}(3x - 2) = \frac{3x - 2 + 2}{3} = \frac{3x}{3} = x$$

$$(f^{-1} \circ f)(x) = x$$

→ COMPONENDO UNA FUNZIONE CON
LA SUA INVERSA SI OTTIENE LA
FUNZIONE IDENTICA

$$x \mapsto x$$