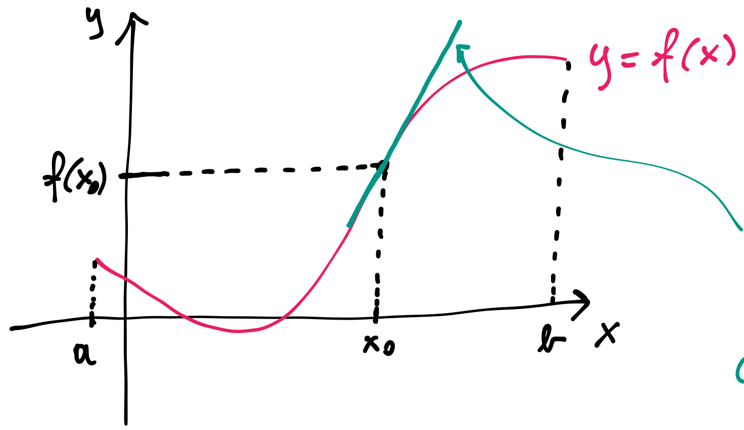
27/11/2017

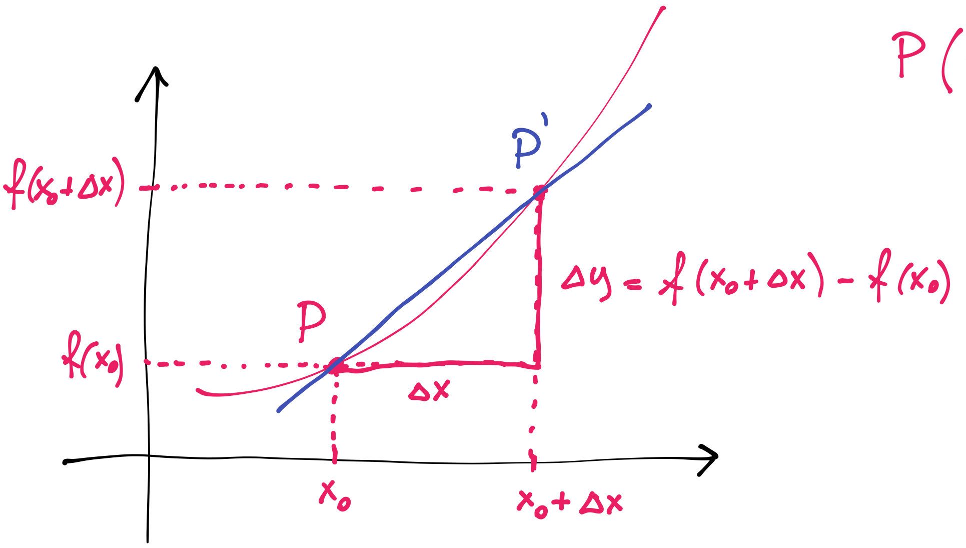
PROBLEMA = data una funzione reale $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ e un punto $x_0\in[a,b]$, trovare la <u>TANGENTE</u> al grafico $y=f(x)$ nel punto $(x_0, f(x_0))$



TANGENTE
retta che meglio approssima la curva in un intorno di x_0

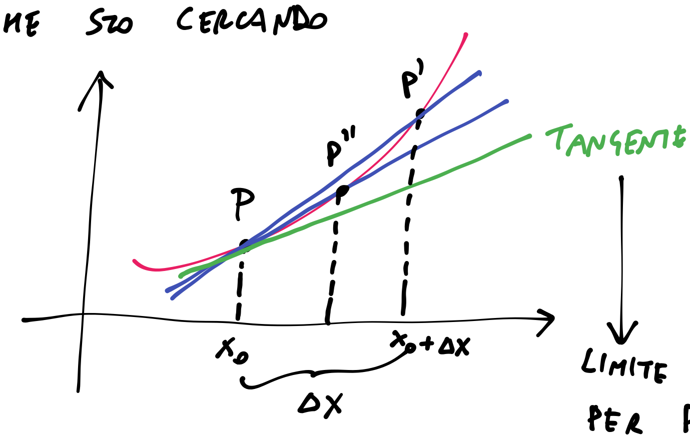
IDEA

$P(x_0, f(x_0))$



Coeff. angolare di PP' è $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$ RAPPORTO INCREMENTALE (RIFERITO A x_0 E Δx)

SE FACCIO TENDERE P' A P, OTTENGO UNA RETTA SECANTE VIA VIA SEMPRE PIÙ SOMIGLIANTE ALLA TANGENTE CHE STO CERCANDO



$P'\to P$, allora il "limite" sarà la tangente....

LIMITE DELLE SECANTI PER $P'\to P$, CIOÈ PER $\Delta x\to 0$

RAPPORTO INCREMENTALE

$\downarrow$

coeff. angolare di una secante

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_0+\Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

LIMITE DEL RAPPORTO INCREMENTALE PER $\Delta x \to 0$

$\downarrow$

coeff. angolare della tangente in x_0 (nel punto del grafico $(x_0, f(x_0))$)

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0+\Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

$\downarrow$

DERIVATA DI f IN x_0

IN MATEMATICA SI USA LA NOTAZIONE

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0+\Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

ESEMPIO

Trovare la derivata in $x_0 = 3$ della funzione $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$$f(x) = x^2$$

$$\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) =$$
$$= f(3+\Delta x) - f(3) = (3+\Delta x)^2 - 3^2 =$$
$$= \cancel{9} + (\Delta x)^2 + 6\Delta x - \cancel{9} = 6\Delta x + (\Delta x)^2$$

RAPP. INCREMENTALE

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6\Delta x + (\Delta x)^2}{\Delta x} = \frac{\cancel{\Delta x}[6 + \Delta x]}{\cancel{\Delta x}} = 6 + \Delta x$$

$$\frac{dy}{dx} = f'(3) = \lim_{\Delta x \to 0} (6 + \Delta x) = 6$$

$P(3, 9)$

TANGENTE $\rightsquigarrow$ $y - y_0 = m(x - x_0)$ $\longrightarrow$ $y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$

$P(x_0, f(x_0))$ $\quad m = f'(x_0)$

$$\boxed{y - 9 = 6(x-3)}$$

IN GENERALE, PER UN QUALSIASI $x_0 \in \mathbb{R}$

$$f(x) = x^2 \rightsquigarrow f'(x_0) = 2x_0$$

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{(x_0+\Delta x)^2 - x_0^2}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\cancel{x_0^2} + (\Delta x)^2 + 2x_0 \Delta x - \cancel{x_0^2}}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\cancel{\Delta x}(\Delta x + 2x_0)}{\cancel{\Delta x}} = 2x_0$$

ES. IN FISICA

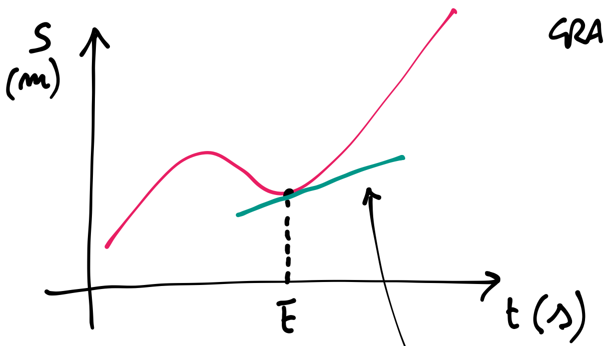


GRAFICO SPAZIO-TEMPO DI UN PUNTO MATERIALE CHE SI MUOVE SU UNA RETTA

la velocità istantanea in $\bar{t}$ è il coeff. angolare della tangente nel punto del grafico spazio-tempo di ascisse $\bar{t}$

$$v(\bar{t}) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{S(\bar{t}+\Delta t) - S(\bar{t})}{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \text{VELOCITÀ MEDIA} \qquad \frac{ds}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = v(t)$$

MOTO UNIF. ACCELERATO (PARTENZA DA FERMO $v_0 = 0$ CON $S_0 = 0$)

$$S = \frac{1}{2} a t^2$$

$$v = s' = \frac{1}{2} a \cdot 2t = at$$

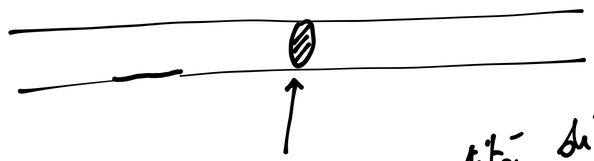
$$a = v'$$

$$\frac{dv}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{a(t+\Delta t) - at}{\Delta t} =$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\cancel{at} + a\Delta t - \cancel{at}}{\Delta t} =$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{a\Delta t}{\Delta t} = a$$

CORRENTE ELETTRICA



$q(t)$ = quantità di carica che è passata attraverso la sezione dall'istante 0 all'istante t

Δt = intervallo di tempo

$\Delta q = q(t+\Delta t) - q(t)$ = quantità di carica che è passata dalla sezione nell'intervallo Δt

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{q(t+\Delta t) - q(t)}{\Delta t}$$ valore medio

$$i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}$$ CORRENTE ISTANTANEA

F.E.M. INDOTTA

↓

LEGGE DI FARADAY-NEUMANN-LENZ

$$f_{em} = -\frac{\Delta \Phi(\vec{B})}{\Delta t}$$

↓ VALORE ISTANTANEO → DERIVATA

$$f_{em} = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$$

REGOLA

$$\frac{d}{dx} x^n = n \cdot x^{n-1}$$

ESEMPIO

$\Phi(\vec{B}) = 2t^2 - 3t$ Calcolare la fem INDOTTA in un certo istante t

$$\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} = 4t - 3 \qquad f_{em} = -4t + 3 \text{ (U. MISURA)}$$

COL CALCOLO DIRETTO ⟹

$$\Phi(\vec{B}) = 2t^2 - 3t$$

$$\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Phi(t+\Delta t) - \Phi(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{2(t+\Delta t)^2 - 3(t+\Delta t) - 2t^2 + 3t}{\Delta t}$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{2(t^2 + \Delta t^2 + 2t\Delta t) \cancel{-3t} - 3\Delta t - 2t^2 \cancel{+3t}}{\Delta t} =$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\cancel{2t^2} + 2\Delta t^2 + 4t\Delta t - 3\Delta t \cancel{-2t^2}}{\Delta t} =$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\cancel{\Delta t}\left[\overset{\to 0}{2\Delta t} + 4t - 3\right]}{\cancel{\Delta t}} = 4t - 3$$