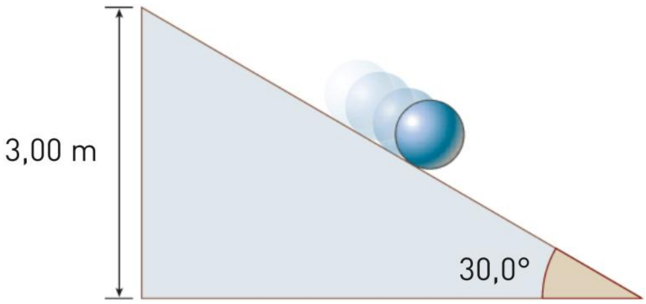
3/12/2018

6 ★★★ **IN LABORATORIO** Una pallina di massa 2,50 kg e di raggio 0,50 m rotola senza strisciare partendo da ferma lungo un piano inclinato alto 3,00 m e inclinato di 30°.



▶ Calcola il valore della velocità finale con cui la pallina arriva alla fine della discesa.

Suggerimento: l'energia meccanica totale si conserva.

[6,5 m/s]

$I = \frac{2}{5} m r^2$ MOMENTO DI INERZIA DELLA PALLINA

$E_{INIZ.} = E_{FIN.}$

$U = K_{TRASL.} + K_{ROT.}$

$\omega = \frac{v}{r}$

$v_F = ?$ INCOGNITA

$$m g h = \frac{1}{2} m v_{FIN}^2 + \frac{1}{2} I \omega_{FIN}^2$$

$$m g h = \frac{1}{2} m v_F^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5} m r^2\right)\left(\frac{v_F}{r}\right)^2$$

$$\cancel{m} g h = \frac{1}{2} \cancel{m} v_F^2 + \frac{1}{5} \cancel{m} v_F^2$$

$$g h = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{5}\right) v_F^2 \Rightarrow g h = \frac{7}{10} v_F^2$$

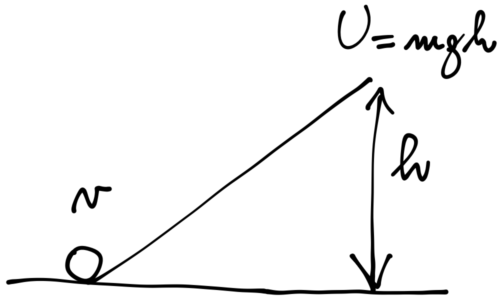
$$v_F = \sqrt{\frac{10 g h}{7}} = \sqrt{\frac{10 (9,8 \frac{m}{s^2})(3,0 m)}{7}} = 6,48 \dots \frac{m}{s}$$

$$\simeq \boxed{6,5 \frac{m}{s}}$$

109 ★★★ Ci sono quattro oggetti con la stessa massa e lo stesso raggio: una sfera piena, una sfera cava ($I = \frac{2}{3}mr^2$), un guscio cilindrico e un cilindro pieno. Tutti ruotano senza strisciare su una superficie orizzontale. Quando arrivano alla base di un piano inclinato, i centri di massa dei quattro oggetti hanno tutti la stessa velocità.

- ▶ Chi arriva più in alto?
- ▶ Ordina gli oggetti in base alla distanza che percorrono: qual è il rapporto delle altezze tra il primo e il quarto classificato?

Suggerimento: Applica la conservazione dell'energia, considerando sia l'energia cinetica di rotazione che quella di traslazione del centro di massa.



$K = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$

EN. CINETICA

1) SFERA CAVA $I_1 = \frac{2}{3}mr^2$

2) SFERA PIENA $I_2 = \frac{2}{5}mr^2$

3) GUSCIO CILINDRICO $I_3 = mr^2$

4) CILINDRO PIENO $I_4 = \frac{1}{2}mr^2$

$$\frac{2}{5} < \frac{1}{2} < \frac{2}{3} < 1$$

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$\Downarrow$$

$$h = \frac{1}{2}\frac{v^2}{g} + \frac{1}{2}\frac{I}{mg}\omega^2$$

Arriva più in alto quello con il momento di inerzia I maggiore, cioè il GUSCIO CILINDRICO

$$\frac{h_3}{h_2} = \frac{\frac{1}{2}\frac{v^2}{g} + \frac{1}{2}\frac{\cancel{m}\cancel{r^2}}{\cancel{m}g}\frac{v^2}{\cancel{r^2}}}{\frac{1}{2}\frac{v^2}{g} + \frac{1}{\cancel{2}}\frac{\cancel{2}\cancel{m}\cancel{r^2}}{5\cancel{m}g}\frac{v^2}{\cancel{r^2}}} = \frac{\frac{1}{2}\frac{v^2}{g} + \frac{1}{2}\frac{v^2}{g}}{\frac{1}{2}\frac{v^2}{g} + \frac{1}{5}\frac{v^2}{g}} = \frac{1}{\frac{1}{2}+\frac{1}{5}} =$$

$$= \frac{1}{\frac{7}{10}} = \boxed{\frac{10}{7}}$$