18/10/2018

85 Determina l'equazione della circonferenza di centro $C(2; 0)$ e passante per $A(4; 0)$. Scrivi l'equazione della tangente nel suo punto di ascissa 3 di ordinata positiva e trova l'angolo che essa forma con la direzione positiva dell'asse x.

$[(x-2)^2+y^2=4; x+\sqrt{3}\,y=6; 150°]$

$\overline{AC}=2$ $\qquad (x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=r^2 \qquad C(\alpha,\beta)$

$(x-2)^2+y^2=4$

$P(3,?) \Longrightarrow (3-2)^2+y^2=4 \qquad 1+y^2=4 \qquad y^2=3$

$\Downarrow$

$y=\pm\sqrt{3}$

$y=-\sqrt{3}$ N.A. $\qquad y=\sqrt{3}$

$\Downarrow$

$P(3,\sqrt{3})$

$s: y-\sqrt{3}=m(x-3)$ retta per P

$y-\sqrt{3}=mx-3m$

$mx-y+\sqrt{3}-3m=0$

$d(s,C)=r$

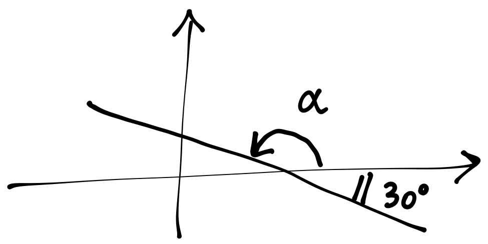
$$\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}=r \qquad \frac{|2m+\sqrt{3}-3m|}{\sqrt{m^2+1}}=2$$

$(\sqrt{3}-m)^2=4(m^2+1)$

$3+m^2-2\sqrt{3}m=4m^2+4$ $\qquad 3m^2+2\sqrt{3}m+1=0$

$(\sqrt{3}m+1)^2=0$

$m=-\frac{1}{\sqrt{3}}=-\frac{\sqrt{3}}{3}$



$\tan\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \alpha=150°$

90 $3y - x + 1 = 0; \qquad y = -\frac{1}{3}x + 2.$ $\left[\frac{3}{4}\right]$

Calcolare la tangente gon. dell'angolo formato dalle 2 rette

$3y = x - 1$

$y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3} \qquad y = -\frac{1}{3}x + 2$

$\tan\alpha = \frac{1}{3} \qquad \tan\beta = -\frac{1}{3}$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha \cdot \tan\beta} = \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{9}} =$$

$$= \frac{\frac{2}{3}}{\frac{8}{9}} = \frac{\cancel{2}}{\cancel{3}} \cdot \frac{\cancel{9}^{\,3}}{\cancel{8}_{\,4}} = \frac{3}{4}$$

154 $\cos\left(2\alpha+\frac{\pi}{3}\right)$. $\cos\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{4}$, con $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ $\left[\frac{3\sqrt{13}-5}{16}\right]$

$$\cos\left(2\alpha+\frac{\pi}{3}\right) = \cos 2\alpha \cdot \cos\frac{\pi}{3} - \sin 2\alpha \cdot \sin\frac{\pi}{3} = (*)$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = \cancel{2}^{1} \cdot \frac{3}{\cancel{16}\,8} - 1 = -\frac{5}{8}$$

$$\sin\alpha = +\sqrt{1-\cos^2\alpha} = \sqrt{1-\frac{3}{16}} = \frac{\sqrt{13}}{4}$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha = 2\cdot\frac{\sqrt{13}}{4}\cdot\left(-\frac{\sqrt{3}}{4}\right) = -\frac{\sqrt{39}}{8}$$

$$(*) = -\frac{5}{8}\cdot\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{39}}{8}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \boxed{\frac{-5+3\sqrt{13}}{16}}$$