7/12/2018

353 In una circonferenza di centro O e raggio r, è data la corda AB congruente al lato del triangolo equilatero inscritto. Conduci la tangente in B e considera su di essa un punto C appartenente allo stesso semipiano di O rispetto alla retta AB.

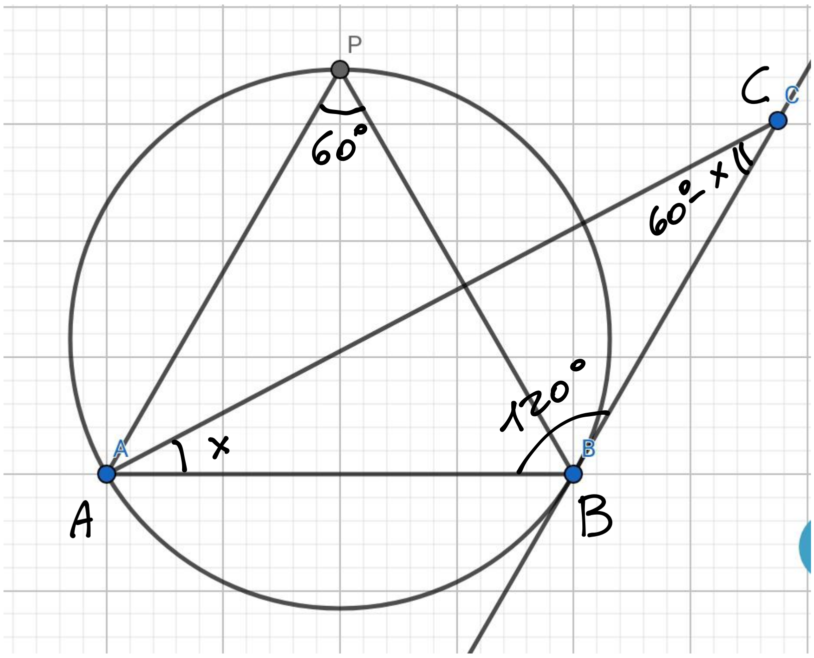
a. Indicato con x l'angolo $B\widehat{A}C$, calcola il valore di x per cui l'area del triangolo ABC vale $\frac{3\sqrt{3}}{4}r^2$.

b. Rappresenta in un periodo la funzione

$$f(x) = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}},$$

evidenziando il tratto relativo al problema.

$\left[\text{a) } x = 30°\text{; b) } f(x) = \frac{2\sqrt{3}}{3}\sin x\text{, con } 0° \leq x < 60°\right]$



$\mathcal{A}_{ABC} = \frac{1}{2}\,\overline{AB}\cdot\overline{AC}\cdot\sin x$

Devo trovare $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$ in funzione di x

$0° < x < 60°$

$\overline{AB} = 2r\sin 60° = \cancel{2}r\cdot\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} = r\sqrt{3}$

TH. SENI $\Rightarrow \dfrac{\overline{AC}}{\sin 120°} = \dfrac{\overline{AB}}{\sin(60°-x)}$ $\qquad \overline{AC} = \dfrac{r\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sin 60°\cos x - \cos 60°\sin x}$

$$\overline{AC} = \frac{\frac{3}{\cancel{2}}r}{\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}\cos x - \frac{1}{\cancel{2}}\sin x} = \frac{3r}{\sqrt{3}\cos x - \sin x}$$

PONGO

$$\mathcal{A}_{ABC} = \frac{1}{\cancel{2}}\cancel{r}\cancel{\sqrt{3}}\cdot\frac{3\cancel{r}}{\sqrt{3}\cos x - \sin x}\cdot\sin x = \frac{\cancel{3}\cancel{\sqrt{3}}}{\cancel{4}_{\,2}}\cancel{r^2}$$

$$2\sin x = \sqrt{3}\cos x - \sin x$$

$$2\sin x = \sqrt{3}\cos x - \sin x$$

$$3\sin x = \sqrt{3}\cos x$$

$$\frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\tan x = \frac{\sqrt{3}}{3} \Longrightarrow \boxed{x = 30^\circ}$$

$$\overline{AC} = \frac{3r}{\sqrt{3}\cos x - \sin x}$$

NON SERVE!

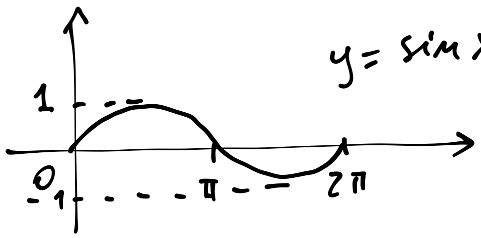
per th. seni $\dfrac{\overline{BC}}{\sin x} = \dfrac{\overline{AC}}{\sin 120^\circ}$

$$f(x) = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\sin x}{\sin 120^\circ} = \underbrace{\frac{2}{\sqrt{3}}\sin x}_{\text{PERIODO } [0, 2\pi]}$$

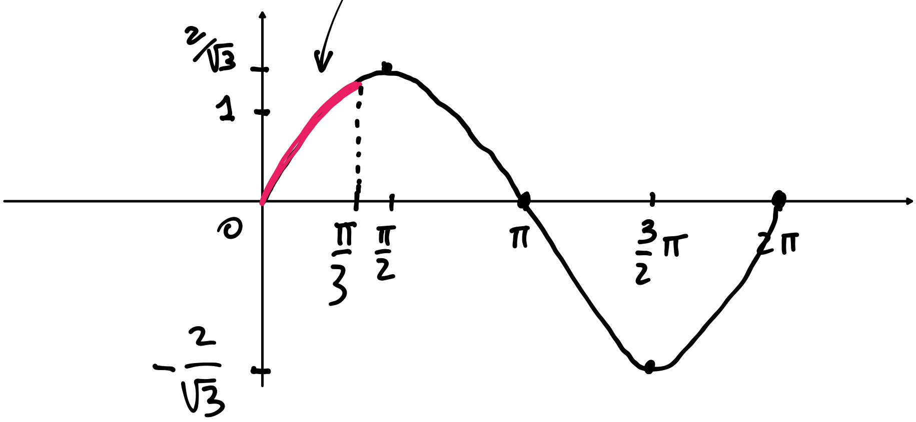
$$0^\circ < x < 60^\circ$$

$$\Downarrow$$

$$\underbrace{0 < x < \frac{\pi}{3}}$$



TRATTO RELATIVO AL PROBLEMA



Risolvere il triangolo

$a = 2\sqrt{6}$ $\quad b = 6\sqrt{2}$ $\quad \underbrace{\alpha = 30°}$

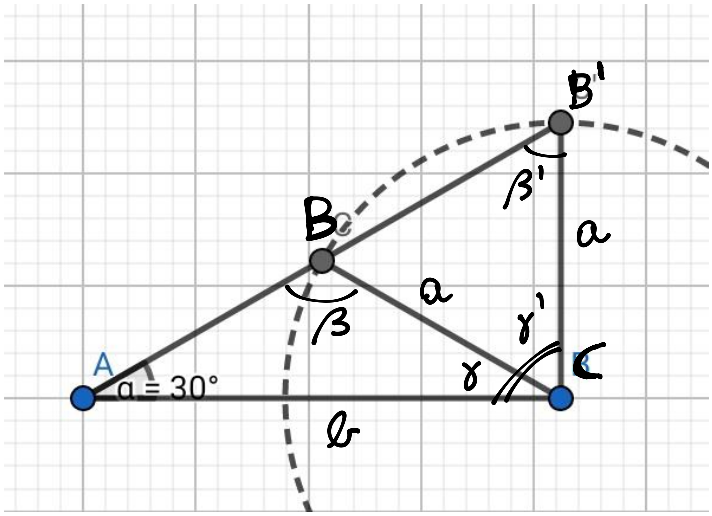
↓

NON È

l'angolo compreso fra a e b

⇓

IL TRIANGOLO NON È DETERMINATO !!



TH. SENI $\Rightarrow \dfrac{a}{\sin\alpha} = \dfrac{b}{\sin\beta}$ $\quad \sin\beta = \dfrac{b}{a}\sin\alpha =$

$= \dfrac{\cancel{6}^{3}\sqrt{2}}{2\sqrt{6}} \cdot \dfrac{1}{\cancel{2}} = \dfrac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{6}} \cdot \dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} =$

$= \dfrac{\cancel{3}\sqrt{12}}{\cancel{12}_{4}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow \sin\beta = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad$ β' NEL DISEGNO $\quad \beta = 60° \;\vee\; \beta = 180° - 60° = 120°$

$\beta = 60° \quad \alpha = 30°$

$\gamma = 90°$ (RETTANGOLO)

(γ' NEL DISEGNO

$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{24 + 72} =$

$= \sqrt{96} = \sqrt{2^5 \cdot 3} = 4\sqrt{6}$

$\beta = 120° \quad \alpha = 30°$

$\gamma = 30°$ (ISOSCELE)

$c = a$

286 $a = 20, \qquad b = 7, \qquad c = 14$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc} = \frac{49+196-400}{196} =$$

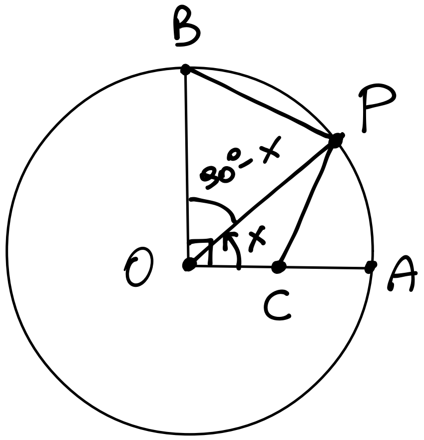
CALCOLATRICE $\alpha = \underbrace{\cos^{-1}}_{\text{arccos}}\left(\frac{49+196-400}{196}\right) = 142{,}26\ldots^\circ \simeq \boxed{142^\circ}$

$$\cos\beta = \frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$$

$$\beta = \cos^{-1}\left(\frac{400+196-49}{560}\right) = 12{,}369\ldots^\circ \simeq \boxed{12^\circ}$$

$$\gamma \cong 180^\circ - 142^\circ - 12^\circ = \boxed{26^\circ}$$

Dato l'arco $\widehat{AB}$, quarta parte di una circonferenza di centro O e raggio di misura r, determina su tale arco un punto P tale che, detto C il punto medio del raggio OA, il quadrilatero $OCPB$ abbia area di misura $\frac{2+\sqrt{3}}{8}r^2$. [$A\widehat{O}P = 60°$]



$$\mathcal{A}_{OCPB} = \frac{2+\sqrt{3}}{8} r^2$$

$$x = A\hat{O}P$$

$$0° \leq x \leq 90°$$

$$\mathcal{A}_{OCPB} = \mathcal{A}_{OCP} + \mathcal{A}_{OBP} = \frac{1}{2} \cdot \frac{r}{2} \cdot r \cdot \sin x + \frac{1}{2} \cdot r \cdot r \cdot \sin(90°-x)$$

$$= \frac{r^2}{4} \sin x + \frac{r^2}{2} \cos x$$

Risolvo

$$\frac{\cancel{r^2}}{4} \sin x + \frac{\cancel{r^2}}{2} \cos x = \frac{2+\sqrt{3}}{8} \cancel{r^2}$$

$$2 \sin x + 4 \cos x = 2 + \sqrt{3}$$

$$2 \frac{2t}{1+t^2} + 4 \frac{1-t^2}{1+t^2} = 2 + \sqrt{3} \qquad (\pi \text{ non è soluzione})$$

$$4t + 4 - 4t^2 = (1+t^2)(2+\sqrt{3})$$

$$4t + 4 - 4t^2 = 2 + \sqrt{3} + 2t^2 + \sqrt{3}\, t^2$$

$$(6+\sqrt{3})t^2 - 4t - 2 + \sqrt{3} = 0$$

$$t = \frac{2 \pm \sqrt{4 - (\sqrt{3}+6)(\sqrt{3}-2)}}{6+\sqrt{3}} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - (3 - 2\sqrt{3} + 6\sqrt{3} - 12)}}{6+\sqrt{3}} =$$

$$= \frac{2 \pm \sqrt{4 - (3 - 2\sqrt{3} + 6\sqrt{3} - 12)}}{6+\sqrt{3}} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 9 - 4\sqrt{3}}}{6+\sqrt{3}} =$$

$$= \frac{2 \pm \sqrt{13 - 4\sqrt{3}}}{6+\sqrt{3}} = \frac{2 \pm \cancel{\sqrt{}}(2\sqrt{3} - 1)^{\cancel{2}}}{6+\sqrt{3}} = \frac{2 \pm (2\sqrt{3} - 1)}{6+\sqrt{3}} =$$

$$= \frac{2 + 2\sqrt{3} - 1}{6+\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3} + 1}{6+\sqrt{3}} \cdot \frac{6-\sqrt{3}}{6-\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3} - \cancel{6} + \cancel{6} - \sqrt{3}}{36-3} =$$

$$= \frac{11\sqrt{3}}{33} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$= \frac{2 - 2\sqrt{3} + 1}{6+\sqrt{3}} = \frac{3 - 2\sqrt{3}}{6+\sqrt{3}} \cdot \frac{6-\sqrt{3}}{6-\sqrt{3}} =$$

$$= \frac{18 - 3\sqrt{3} - 12\sqrt{3} + 6}{36-3} = \frac{24 - 15\sqrt{3}}{33} = \frac{8 - 5\sqrt{3}}{11} < 0$$

N.A.

$\downarrow$

infatti sarebbe $\frac{x}{2} > 90°$, e $x > 90°$ a maggior ragione!!!

$$t = \tan\frac{x}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \frac{x}{2} = 30° \Rightarrow \boxed{x = 60°}$$