27/9/2018

1) $a_n = \frac{1}{n}$

$a_1 = 1 \quad a_2 = \frac{1}{2} \quad a_3 = \frac{1}{3} \quad \ldots.$

INFORMALMENTE
Quando n "diventa grande", a_n "tende ad assomigliare" al numero 0. ← LIMITE DELLA SUCCESSIONE $\frac{1}{n}$, PER n CHE TENDE A $+\infty$

→ Scriviamo $\boxed{\lim_{n \to +\infty} \frac{1}{n} = 0}$

↓ SI LEGGE: il limite per n che tende a $+\infty$ di $\frac{1}{n}$ è 0.

2) $b_n = 3n - 1$

$b_0 = -1 \quad b_1 = 2 \quad b_2 = 5 \quad b_3 = 8 \ldots. \quad b_{1000} = 2999 \ldots.$

C'è un numero reale a cui b_n si sta avvicinando, per $n \to +\infty$? NO, perché b_n sta crescendo sempre più.

Scriviamo $\boxed{\lim_{n \to +\infty} (3n - 1) = +\infty}$

3) $c_n = -n^2$

$c_0 = 0 \quad c_1 = -1 \quad c_2 = -4 \quad \ldots. \quad c_{1000} = -1000000 \ldots.$

c_n sta "crescendo verso il basso"!

Scriviamo $\boxed{\lim_{n \to +\infty} -n^2 = -\infty}$

4) $d_n = (-1)^n$ $\qquad d_n = \begin{cases} 1 & \text{se } n \text{ è pari} \\ -1 & \text{se } n \text{ è dispari} \end{cases}$

$d_0 = 1 \quad d_1 = -1 \quad d_2 = 1 \quad d_3 = -1 \dots d_{1000} = 1 \quad d_{1001} = -1 \dots$

d_n OSCILLA fra -1 e 1. In questo caso NON ESISTE il limite (per $n \to +\infty$) di d_n.

$$\underbrace{\lim_{n \to +\infty} d_n = \text{NON ESISTE}}_{\text{scrittura scorretta, ma tollerata}}$$

5) $e_n = 7 + \frac{1}{n}$

$e_1 = 7 + 1 = 8 \quad e_2 = 7 + \frac{1}{2} \quad e_3 = 7 + \frac{1}{3} \dots e_{5000} = 7 + \frac{1}{5000}$

$$\boxed{\lim_{n \to +\infty} \left(7 + \frac{1}{n}\right) = 7}$$

PUNTO DELLA SITUAZIONE

1) $a_n = \frac{1}{n} \xrightarrow[n \to +\infty]{} 0$ $\qquad a_n$ CONVERGE A 0, oppure a_n È INFINITESIMA

2) $b_n = 3n - 1 \xrightarrow[n \to +\infty]{} +\infty$ $\qquad b_n$ DIVERGE A $+\infty$

3) $c_n = -n^2 \xrightarrow[n \to +\infty]{} -\infty$ $\qquad c_n$ DIVERGE A $-\infty$

4) $d_n = (-1)^n$ $\qquad d_n$ OSCILLA

5) $e_n = 7 + \frac{1}{n} \xrightarrow[n \to +\infty]{} 7$ $\qquad e_n$ CONVERGE A 7

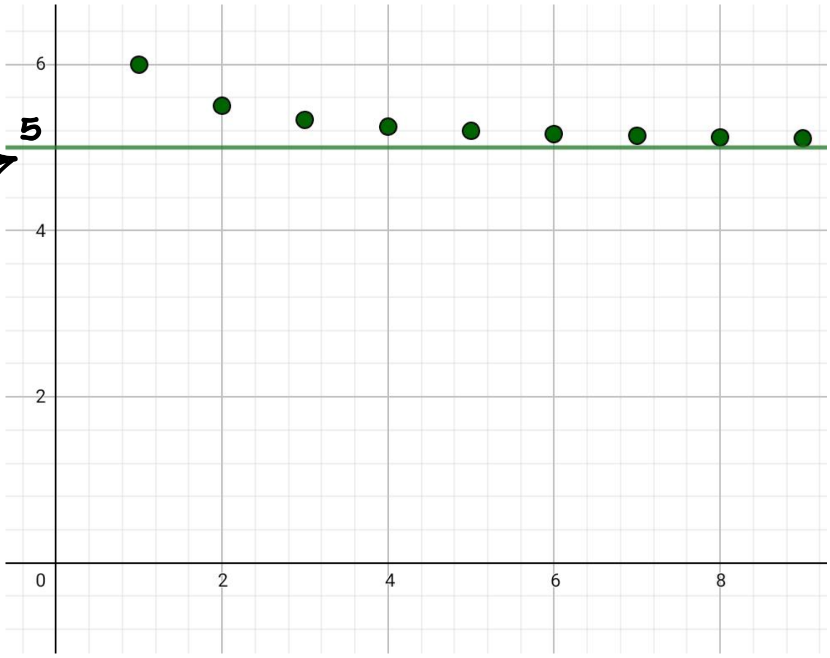
Il limite di una successione, se esiste, è un elemento della RETTA ESTESA

$$\overline{\mathbb{R}} = \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$$

si ha che ogni numero reale x è tale che $\boxed{-\infty < x < +\infty}$

FOGLIO ESERCIZI

1) $\lim_{n \to +\infty} \left(5 + \frac{1}{n}\right) = 5$



2) $\lim_{n \to +\infty} \frac{3}{n^2} = 0$

3) $\lim_{n \to +\infty} \frac{5-n}{2n+1}$

n	0	1	2	3	4	5	6	7
a_n	5	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{9}$	0	$-\frac{1}{13}$	$-\frac{2}{15}$

NON SI CAPISCE

$$\frac{5-n}{2n+1} = \frac{5}{2n+1} - \frac{n}{2n+1} =$$

$$= \underbrace{\frac{5}{2n+1}}_{\to 0} - \frac{1\cancel{n}}{\cancel{n}\underbrace{\left(2+\frac{1}{n}\right)}_{\to 2}} \longrightarrow 0 - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

QUINDI $\lim_{n \to +\infty} \frac{5-n}{2n+1} = -\frac{1}{2}$

13)

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{4n^2+1}{3n^2+n-4} = \boxed{\frac{4}{3}}$$

$$\frac{4n^2+1}{3n^2+n-4} = \frac{\cancel{n^2}\left(4+\frac{1}{n^2}\right)}{\cancel{n^2}\left(3+\frac{1}{n}-\frac{4}{n^2}\right)} \longrightarrow \frac{4}{3}$$

4, 0

3, 0, 0

PER LA PROSSIMA VOLTA CALCOLARE I LIMITI DELLE SEGUENTI SUCCESSIONI (ANCHE INTUITIVAMENTE)

1) $\frac{3n^3-5n}{7n^3+2n+1}$ 2) $\frac{5}{\sqrt{n^2+2}}$ 3) $7n^2+2n-\frac{1}{n}$

4) $\sin(n)$ 5) $\sin(n\pi)$