4/10/2018

$$\sqrt{n^2+n} - \sqrt{n^2+3n} \longrightarrow -1$$

GEOGEBRA

Successione(sqrt(n^2 +n) - sqrt(n^2 + 3n), n, 0, 1000)

↑

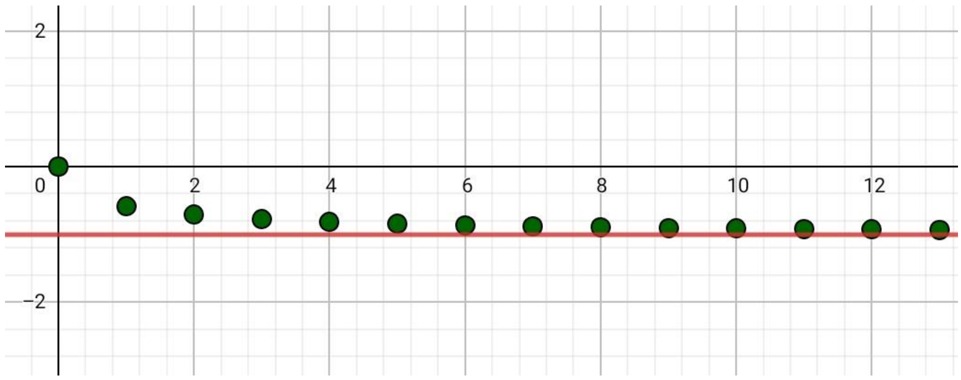
COSTRUISCE LA SUCCESSIONE DA 0 A 1000

Per ottenere i punti sul grafico

Successione((n, sqrt(n^2 +n) - sqrt(n^2 + 3n)), n, 0, 1000)

Poi, per visualizzare il limite (che è -1) basta dare il comando

$y = -1$



OSSERVAZIONE IMPORTANTE

Una successione può oscillare, ma in modo che le oscillazioni si "smorzino" per $n \to +\infty$. In questo caso il limite può esistere:

ESEMPIO CLASSICO

$$a_n = \frac{1}{n}\sin n \xrightarrow[n\to+\infty]{} 0 \quad \text{(lo dimostreremo più avanti)}$$

24. $\sqrt{n^2+1}-\sqrt{n}$

$$\lim_{n\to+\infty}\left(\sqrt{n^2+1}-\sqrt{n}\right) = +\infty - \infty$$

$$\left(\sqrt{n^2+1}-\sqrt{n}\right)\frac{\sqrt{n^2+1}+\sqrt{n}}{\sqrt{n^2+1}+\sqrt{n}} =$$

$$= \frac{n^2+1-n}{\sqrt{n^2+1}+\sqrt{n}} = \frac{n^2\left(1+\frac{1}{n^2}-\frac{1}{n}\right)}{\sqrt{n^2\left(1+\frac{1}{n^2}\right)}+\sqrt{n^2\left(\frac{1}{n}\right)}} =$$

$$= \frac{n^2\left(1+\frac{1}{n^2}-\frac{1}{n}\right)}{n\sqrt{1+\frac{1}{n^2}}+n\sqrt{\frac{1}{n}}} = \frac{\overset{+\infty}{n^{\cancel{2}}}\left(1+\underbrace{\frac{1}{n^2}}_{\to 0}-\underbrace{\frac{1}{n}}_{\to 0}\right)}{\cancel{n}\left(\underbrace{\sqrt{1+\underbrace{\frac{1}{n^2}}_{\to 0}}}_{\to 1}+\sqrt{\underbrace{\frac{1}{n}}_{\to 0}}\right)} \to \frac{+\infty}{1} = +\infty$$