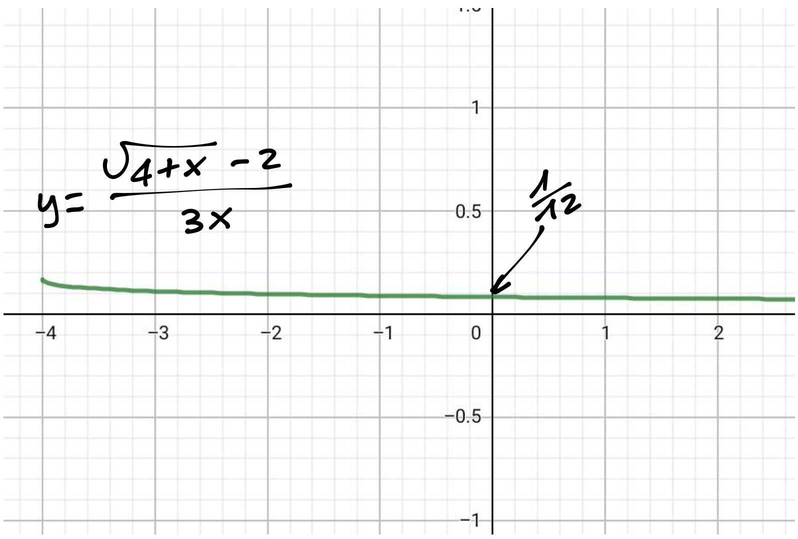
22/11/2018

229 $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{4+x}-2}{3x} = \frac{\sqrt{4+0}-2}{0} = \frac{\sqrt{4}-2}{0} = \frac{0}{0}$ F.I.

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{4+x}-2}{3x} \cdot \frac{\sqrt{4+x}+2}{\sqrt{4+x}+2} = \lim_{x\to 0} \frac{\cancel{4}+x-\cancel{4}}{3x\left(\sqrt{4+x}+2\right)} =$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{\cancel{x}}{3\cancel{x}\left(\sqrt{4+x}+2\right)} = \lim_{x\to 0} \frac{1}{3\left(\sqrt{4+x}+2\right)} = \frac{1}{3\left(\sqrt{4+0}+2\right)} =$$

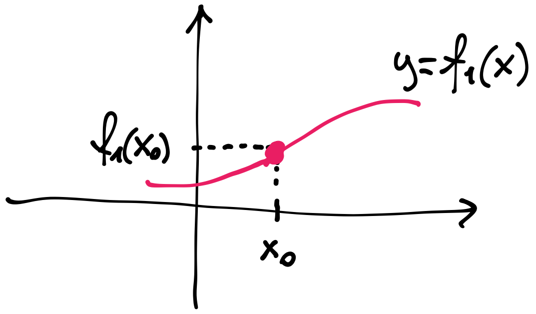
$$= \frac{1}{3(2+2)} = \boxed{\frac{1}{12}}$$

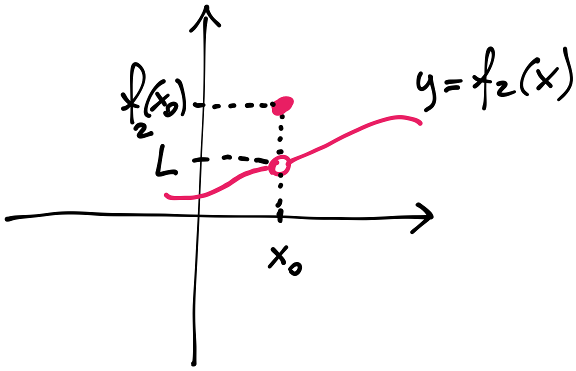


DOMINIO $\begin{cases} 4+x \geq 0 \\ 3x \neq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq -4 \\ x \neq 0 \end{cases}$

$D = [-4, 0) \cup (0, +\infty)$

$f(0)$ NON ESISTE! PERCHÉ $x=0$ È ESCLUSO DAL DOMINIO. PER CAPIRE COSA FA LA FUNZIONE "NEI PRESSI" DI $x=0$ (IN UN INTORNO DI 0) DEVO CALCOLARE IL LIMITE $\lim_{x\to 0} f(x)$





$$\lim_{x \to x_0} f_1(x) = f_1(x_0)$$

↓

IL LIMITE PER $x \to x_0$ DI $f_1(x)$ COINCIDE ESATTAMENTE CON IL VALORE ASSUNTO DA f_1 IN x_0.

$$\lim_{x \to x_0} f_2(x) = L \neq f_2(x_0)$$

↓

IL VALORE CHE LA FUNZIONE f_2 ASSUME IN x_0 (IMMAGINE DI x_0)

UNIONE DI INTERVALLI

Sia x_0 un punto del DOMINIO di f. Si dice che f è CONTINUA IN x_0 se

$$\boxed{\lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)}$$

Se x_0 NON è un punto del dominio, non ci poniamo il problema della continuità di f in x_0 !!!!!

ESERCIZIO

Stabilire se la seguente funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{se } x \geq 0 \\ 3x + 1 & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

è continua in $x = 0$.

SVOLGIMENTO

1) $x = 0$ fa parte del dominio? SÌ

2) Devo controllare che $\lim_{x \to 0} f(x) = f(0)$

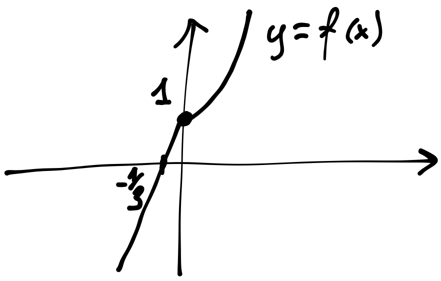
$f(0) = 1$

2a) Calcolo $\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^+} (x^2 + 1) = 1$

2b) Calcolo $\lim_{x \to 0^-} f(x) = \lim_{x \to 0^-} (3x + 1) = 1$

SICCOME I DUE LIMITI DA DESTRA E DA SINISTRA SONO UGUALI, ALLORA ESISTE $\lim_{x \to 0} f(x) = 1$

SICCOME $\lim_{x \to 0} f(x) = 1 = f(0)$, LA FUNZIONE È CONTINUA IN 0



Se considero

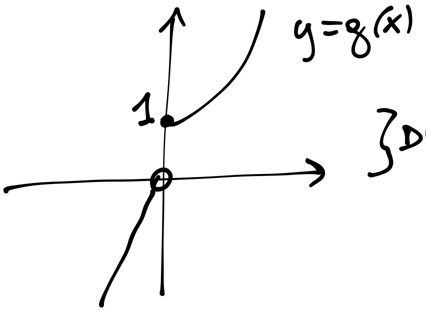
$$g(x)=\begin{cases} x^2+1 & \text{se } x\geq 0 \\ 3x & \text{se } x<0 \end{cases}$$

$$\lim_{x\to 0^+} g(x) = \lim_{x\to 0^+} (x^2+1) = 1$$

$$\lim_{x\to 0^-} g(x) = \lim_{x\to 0^-} 3x = 0$$

$\neq \Rightarrow \lim_{x\to 0} g(x)$ NON ESISTE

Siccome in 0 la funzione è definita ($g(0)=1$), in 0 la funzione g ha un <u>PUNTO DI DISCONTINUITÀ</u>



} DISCONTINUITÀ DI TIPO SALTO

<u>ESEMPIO DEL GILARDI</u>

$$f(x)=\begin{cases} 1 & \text{se } x>0 \\ -1 & \text{se } x<0 \end{cases}$$

f <u>NON</u> è definita in 0

$$f:\mathbb{R}\setminus\{0\}\to\mathbb{R}$$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = 1$$

$$\lim_{x\to 0^-} f(x) = -1$$

$\lim_{x\to 0} f(x)$ NON ESISTE

e in $x=0$, non essendo definita, non ci poniamo il problema della continuità