13/12/2018

493 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{se } x \leq -3 \\ 2x + b & \text{se } x > -3 \end{cases}$

DETERMINARE b IN MODO CHE f SIA CONTINUA

b ↑ INCOGNITA

Da controllare è il punto -3 (che è nel dominio)

$$\boxed{\lim_{x \to -3^-} f(x) = \lim_{x \to -3^+} f(x) = f(-3)}$$

$$f(-3) = (-3)^2 - 1 = 8$$

$$\lim_{x \to -3^-} f(x) = \lim_{x \to -3^-} (x^2 - 1) = (-3)^2 - 1 = 8$$

$$\lim_{x \to -3^+} f(x) = \lim_{x \to -3^+} (2x + b) = 2(-3) + b = -6 + b$$

Devo imporre che i limiti destro e sinistro siano uguali

$$8 = -6 + b \Rightarrow \boxed{b = 14}$$

496

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x+a}{3-x} & \text{se } x < 2 \\ 3^{x-1} & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$$

determinare a in modo che sia continua

$f(2) = 3^{2-1} = 3$

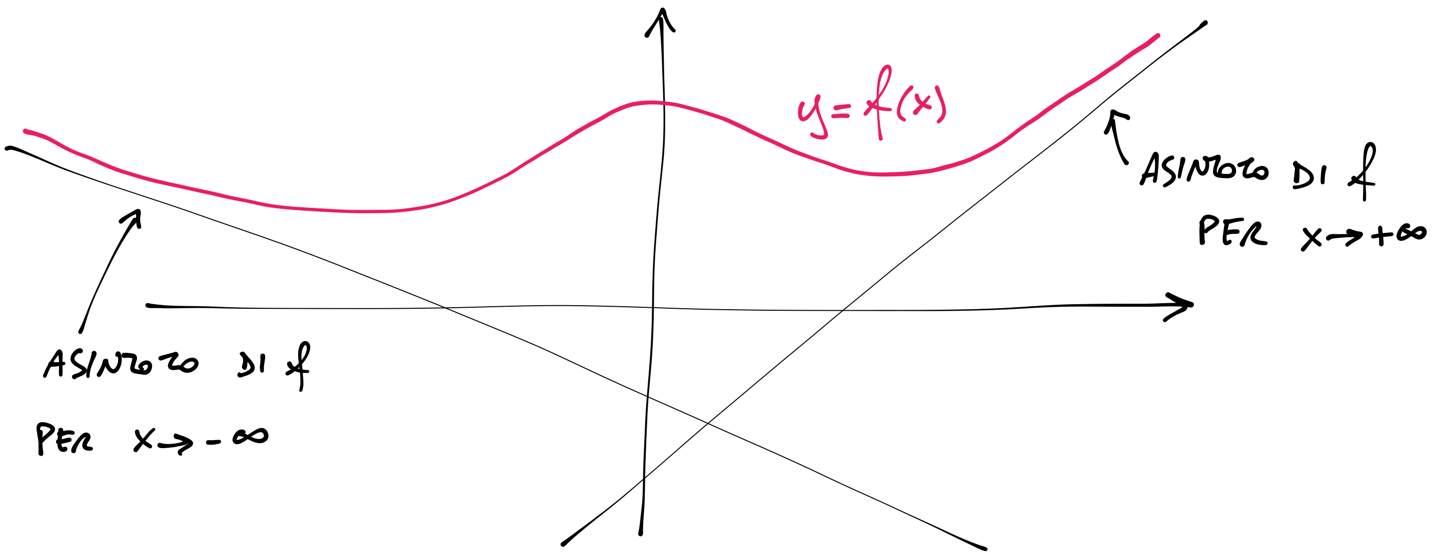
$$\lim_{x \to 2^-} f(x) = \lim_{x \to 2^-} \frac{x+a}{3-x} = \frac{2+a}{3-2} = 2+a$$

$$\lim_{x \to 2^+} f(x) = \lim_{x \to 2^+} 3^{x-1} = 3^{2-1} = 3 \longrightarrow 2+a=3$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{a=1}$$

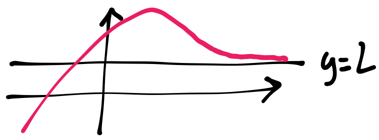
ASINTOTI OBLIQUI



Un asintoto OBLIQUO è una retta $y = mx + q$ per cui la distanza fra tale retta e il grafico della funzione tende a 0 per $x \to +\infty$ o per $x \to -\infty$

METODO PER LA RICERCA DI ASINTOTI

- $\lim_{x \to +\infty} f(x) = L$ (numero) $\Rightarrow$ $y = L$ è ASINTOTO ORIZZONTALE



- $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \pm\infty$, allora la funzione <u>può ammettere</u> un asintoto obliquo (non è detto che ci sia!)

$y = mx + q$ è asintoto obliquo $\iff$ $\boxed{\begin{aligned} m &= \lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} \\ q &= \lim_{x \to +\infty} \left(f(x) - mx\right) \end{aligned}}$

Se uno dei due limiti non esiste oppure è ∞, allora non c'è l'asintoto!

TUTTO CIÒ PER $x \to +\infty$

PER $x \to -\infty$ SI FA LA STESSA COSA!!

"GIUSTIFICAZIONE" DEL METODO (INTUITIVA E NON PRECISA!)

Se è $\lim_{x\to+\infty} \underbrace{\left(f(x)-[mx+q]\right)}_{\text{DISTANZA FRA } f \text{ e l'ASINTOTO}} = 0$, allora

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} (mx+q)$$

$$\Downarrow$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to+\infty} \left(m + \frac{q}{x}\right)$$

$$\Downarrow$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = m$$

600 $y = \dfrac{5x^2-3x+2}{2x+4}$ $\left[y = \dfrac{5}{2}x - \dfrac{13}{2}\right]$ TROVARE GLI EVENTUALI ASINTOTI OBLIQUI

Controllo che $\lim_{x\to+\infty} y = \pm\infty$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{5x^2-3x+2}{2x+4} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\cancel{x^2}\,x\left(5-\frac{3}{x}+\frac{2}{x^2}\right)}{\cancel{x}\left(2+\frac{4}{x}\right)} = \underbrace{+\infty}_{\text{può ammettere asintoto obliquo per } x\to+\infty}$$

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{5x^2-3x+2}{2x+4} = \dots = \underbrace{-\infty}_{\text{può ammettere asintoto obliquo per } x\to-\infty}$$

Andiamo alla ricerca dell'asintoto per $x\to+\infty$

$$m = \lim_{x\to+\infty} \frac{\frac{5x^2-3x+2}{2x+4}}{x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{5x^2-3x+2}{2x+4}\cdot\frac{1}{x} =$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{5x^2-3x+2}{2x^2+4x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\cancel{x^2}\left(5-\frac{3}{x}+\frac{2}{x^2}\right)}{\cancel{x^2}\left(2+\frac{4}{x}\right)} = \boxed{\frac{5}{2}}$$

$$q = \lim_{x\to+\infty}\left[f(x) - mx\right] =$$

$$= \lim_{x\to+\infty}\left[\frac{5x^2-3x+2}{\underset{2(x+2)}{2x+4}} - \frac{5}{2}x\right] = \lim_{x\to+\infty}\frac{5x^2-3x+2-5x(x+2)}{2(x+2)} =$$

$$= \lim_{x\to+\infty}\frac{\cancel{5x^2}-3x+2-\cancel{5x^2}-10x}{2(x+2)} = \lim_{x\to+\infty}\frac{-13x+2}{2x+4} =$$

$$= \lim_{x\to+\infty}\frac{\cancel{x}\left(-13+\overbrace{\tfrac{2}{x}}^{\to 0}\right)}{\cancel{x}\left(2+\underbrace{\tfrac{4}{x}}_{0}\right)} = -\frac{13}{2}$$

$$\boxed{y = \frac{5}{2}x - \frac{13}{2}}$$ è ASINTOTO OBLIQUO PER $x\to+\infty$

Se provo a rifare i passaggi per $x\to-\infty$, ritrovo gli stessi calcoli, quindi $y = \frac{5}{2}x - \frac{13}{2}$ è asintoto obliquo anche per $x\to-\infty$

$y = \dfrac{5x^2-3x+2}{2x+4}$

$y = \frac{5}{2}x - \frac{13}{2}$

$x = -2$ è ASINTOTO VERTICALE!