17/9/2019

LA LEGGE DI ANNULLAMENTO DEL PRODOTTO

$\forall a, b \in \mathbb{R}$ $\qquad a \cdot b = 0 \iff a = 0 \text{ o } b = 0$

SE E SOLO SE

$\Longrightarrow$

$\Longleftarrow$

ESEMPIO (ANTICIPAZIONE)

$$(x-5)\cdot(x-1) = 0 \Longrightarrow x-5=0 \text{ o } x-1=0$$

$$x-5=0 \Downarrow x=5 \qquad x-1=0 \Downarrow x=1$$

176 $[(7-5)^2+5]^2 : 9 : 3 + 150 : (6 \cdot 3 - 3) =$ [13]

$= [2^2 + 5]^2 : 9 : 3 + 150 : (18 - 3) =$

$= [4 + 5]^2 : 9 : 3 + 150 : 15 =$

$= 9^2 : 9 : 3 + 10 = 9 : 3 + 10 = 3 + 10 = \boxed{13}$

200 $[(3^2 - 2^4 : 2^2)^2 \cdot 5^{10}] : (5^5)^2 - (5 \cdot 2)^4 : [(10^5 \cdot 10^4) : 10^5] - 10 \cdot 11^0 =$

$= [(9 - 2^2)^2 \cdot 5^{10}] : 5^{10} - 10^4 : [10^9 : 10^5] - 10 \cdot 1 =$

$= [5^2 \cdot 5^{10}] : 5^{10} - 10^4 : 10^4 - 10 =$

$= 5^2 - 1 - 10 = \boxed{14}$

POTENZE

ESPONENTI NATURALI

BASI REALI > 0

$$a^n \qquad \overbrace{n \in \mathbb{N}}^{\text{ESPONENTE}}, \; \overbrace{a \in \mathbb{R}}^{\text{BASE}}$$

$a > 0$

$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ FATTORI } (n \geq 2)}$

$a^1 = a$

$a^0 = 1$

DEFINIZIONE DI a^n

PROPRIETÁ DELLE POTENZE $\quad a > 0$

1) $\forall m, n \in \mathbb{N} \qquad a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

$$a^n \cdot a^m = \underbrace{\underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ FATTORI}} \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{m \text{ FATTORI}}}_{n+m \text{ FATTORI}} = a^{n+m}$$

2) $\forall m, n \in \mathbb{N} \qquad (a^n)^m = a^{n \cdot m}$

$$(a^n)^m = \underbrace{(a^n) \cdot (a^n) \cdot \ldots \cdot (a^n)}_{m \text{ FATTORI}} = \underbrace{\underbrace{(a \cdot a \cdot \ldots \cdot a)}_{n} \cdot \underbrace{(a \cdot a \cdot \ldots \cdot a)}_{n} \cdot \ldots \cdot \underbrace{(a \cdot a \cdot \ldots \cdot a)}_{n}}_{m}$$

$$= \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \ldots \cdot a}_{n \cdot m \text{ FATTORI}} = a^{n \cdot m}$$

3) $\forall m, n \in \mathbb{N}$ con $n \geq m \qquad a^n : a^m = a^{n-m}$

$$a^n : a^m = \frac{a^n}{a^m} = \frac{\overbrace{\cancel{a} \cdot \cancel{a} \cdot \cancel{a} \cdot \ldots \cdot a}^{n}}{\underbrace{\cancel{a} \cdot \cancel{a} \cdot \cancel{a} \cdot \ldots \cdot \cancel{a}}_{m}} = \overbrace{a \cdot \ldots \cdot a}^{n-m} = a^{n-m}$$

Perché $a^0 = 1$?

Ad esempio $5^0 = 1$. Perché?

L'obiettivo è quello di far valere sempre e comunque le proprietà delle potenze.

$5^2 : 5^2 = 1$ perché divido un numero per se stesso

$5^2 : 5^2 = 5^0$ applicando le proprietà delle potenze

quindi $1 = 5^0$. Vale per qualsiasi numero positivo al posto di 5

Perché non attribuiamo un valore a 0^0?

Da una parte

1) $0^n = 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Dall'altra

2) $a^0 = 1 \quad \forall a > 0$

$0^0 =$ quale scegliere?

RISPOSTA: nessuno dei due!

208 $\{[(16^4 : 8^5)^{17} : 2^{14}]^5 : 4^6 - 2^2\}^{11} : [(2^5 \cdot 2^7)^2 : (2^2 \cdot 2^4)] =$

$$= \left\{\left[\left((2^4)^4 : (2^3)^5\right)^{17} : 2^{14}\right]^5 : (2^2)^6 - 2^2\right\}^{11} : \left[(2^{12})^2 : 2^6\right] =$$

$$= \left\{\left[\left(2^{16} : 2^{15}\right)^{17} : 2^{14}\right]^5 : 2^{12} - 4\right\}^{11} : \left[2^{24} : 2^6\right] =$$

$$= \left\{\left[2^{17} : 2^{14}\right]^5 : 2^{12} - 4\right\}^{11} : 2^{18} =$$

$$= \left\{\left[2^3\right]^5 : 2^{12} - 4\right\}^{11} : 2^{18} =$$

$$= \left\{2^{15} : 2^{12} - 4\right\}^{11} : 2^{18} = \left\{2^3 - 4\right\}^{11} : 2^{18} = 4^{11} : 2^{18} =$$

$$= (2^2)^{11} : 2^{18} = 2^{22} : 2^{18} = 2^4 = \boxed{16}$$