24/9/2019

ANCORA SULLE PROPRIETÀ DELLE POTENZE

1) $\forall a, b > 0 \qquad (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n \qquad (a, b \in \mathbb{R},\ n \in \mathbb{N})$

2) $\forall a, b > 0 \qquad (a : b)^n = a^n : b^n \qquad (a, b \in \mathbb{R},\ n \in \mathbb{N})$

La proprietà 1), in realtà, vale anche per $a = 0$ o $b = 0$
La proprietà 2), in realtà, vale anche per $a = 0$
$\Big]\ n \neq 0$

ESEMPI

$$(2 \cdot 3)^2 = 2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$$

$$(10 : 5)^3 = 10^3 : 5^3 = 1000 : 125 = 8$$

142 Il perimetro di un quadrato misura 2^{12} centimetri. Esprimi l'area del quadrato (in centimetri quadrati) come potenza di 16. $[16^5]$

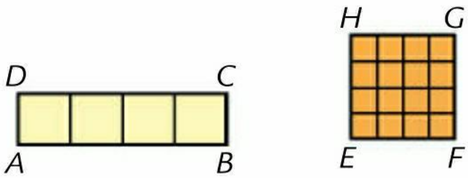
$2p = 2^{12}$ $\qquad l = \frac{2p}{4} = \frac{2p}{2^2} = \frac{2^{12}}{2^2} = 2^{10}$

$\mathcal{A} = l^2 = (2^{10})^2 = 2^{20} = (2^4)^5 = 16^5$

144 Il rettangolo *ABCD* rappresentato in figura è l'unione di quattro quadrati il cui lato misura 2^{20}; il quadrato *EFGH* invece è l'unione di sedici quadrati il cui lato misura 2^{19}. Verifica che:

a. la somma tra il perimetro del rettangolo *ABCD* e il perimetro del quadrato *EFGH* misura $9 \cdot 2^{21}$;

b. la somma tra l'area del rettangolo *ABCD* e l'area del quadrato *EFGH* misura 2^{43}.



a) $2p_{ABCD} = 2^{20} \cdot 10 = 2^{20} \cdot 2 \cdot 5 = 2^{21} \cdot 5$

$2p_{EFGH} = 2^{19} \cdot 16 = 2^{19} \cdot 2^4 = 2^{23}$

$2p_{ABCD} + 2p_{EFGH} = 2^{21} \cdot 5 + 2^{23} = 2^{21} \cdot 5 + 2^{21} \cdot 2^2 =$ USO LA PROPRIETÀ DISTRIBUTIVA

$= 2^{21} \cdot (5 + 2^2) = \boxed{2^{21} \cdot 9}$

b) $\mathcal{A}_{ABCD} = 4 \cdot (2^{20})^2$ $\mathcal{A}_{EFGH} = 16 \cdot (2^{19})^2$

$$\mathcal{A}_{TOT} = \mathcal{A}_{ABCD} + \mathcal{A}_{EFGH} = 2^2 \cdot 2^{40} + 2^4 \cdot 2^{38} =$$

$$= 2^{42} + 2^{42} = 2 \cdot 2^{42} = 2^{43}$$

PASSAGGI SALTATI

$$2^{42} \cdot 1 + 2^{42} \cdot 1 = 2^{42} \cdot (1+1)$$ PROPR. DISTRIBUTIVA

IMPARARE BENE!

Regola per il calcolo del M.C.D.	Regola per il calcolo del m.c.m.
Scomposti in fattori primi i numeri di cui si vuole calcolare il M.C.D., il M.C.D. è il prodotto dei fattori primi **comuni**, presi una sola volta, con il **minimo** esponente.	Scomposti in fattori primi i numeri di cui si vuole calcolare il m.c.m., il m.c.m. è il prodotto dei fattori primi **comuni e non comuni**, presi una sola volta, con il **massimo** esponente.

ESEMPIO 24 60

$24 = 2^3 \cdot 3$ $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

$$MCD\,(24, 60) = 2^2 \cdot 3 = 12$$

$$mcm\,(24, 60) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$$

1 NON è un numero primo, perché non ci sarebbe l'unicità della scomposizione

2, 3, 5, 7, 11, 13, ...

Calcolare il valore dell'espressione usando le propr. delle potenze

274 $540^2 : (25 \cdot 81)$ [144]

$540 = 54 \cdot 10 = 27 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 3^3 \cdot 2^2 \cdot 5$

$$\frac{540^2}{25 \cdot 81} = \frac{(3^3 \cdot 2^2 \cdot 5)^2}{5^2 \cdot 3^4} = \frac{3^{\cancel{6}\,2} \cdot 2^4 \cdot \cancel{5^2}}{\cancel{5^2} \cdot \cancel{3^4}} = 3^2 \cdot 2^4 =$$

$$= 9 \cdot 16 = 144$$

278 $720^3 : (32 \cdot 54)^2$ [125]

$720 = 72 \cdot 10 = 3^2 \cdot 2^3 \cdot 2 \cdot 5 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$

$32 = 2^5 \qquad 54 = 2 \cdot 3^3$

$$\frac{720^3}{(32 \cdot 54)^2} = \frac{(2^4 \cdot 3^2 \cdot 5)^3}{(2^5 \cdot 2 \cdot 3^3)^2} = \frac{\cancel{2^{12}} \cdot \cancel{3^6} \cdot 5^3}{\cancel{2^{10}} \cdot \cancel{2^2} \cdot \cancel{3^6}} = 5^3 = 125$$