INSIEMI

DEFINIZIONE | Insiemi uguali

Due insiemi A e B si dicono **uguali**, e si scrive $A = B$, se sono formati dagli stessi elementi, ossia se ogni elemento di A appartiene a B e ogni elemento di B appartiene ad A.

ESEMPIO $A = \{1,2,3,4\}$ $B = \{2,1,4,3\}$ $C = \{2,2,1,1,3,4\}$

$A = B = C$ perché contengono gli stessi elementi

Un qualsiasi elemento di A sta in B e anche in C;
un qualsiasi elemento di C sta in A e anche in B
.....

$D = \{\{1\},2,3,4\}$ $A \stackrel{?}{=} D$

$A = \{1,2,3,4\}$

$\{1\}$ cos'è? È 1? NO

$\{1\}$ è l'insieme che ha come elemento 1, e non è la stessa cosa di 1 !!

1 è un numero, $\{1\}$ è un insieme

$\{1\} \neq 1$

quindi $A \neq D$

Consideriamo l'insieme $B = \{a, b, c\}$

A è un <u>SOTTOINSIEME</u> di B se e solo se

$$\forall x \quad x \in A \Rightarrow x \in B$$

(se un elemento appartiene ad A, allora appartiene anche a B)

$A \subseteq B$

A è sottoinsieme di B oppure A è INCLUSO in B

<u>ESEMPIO</u>

$A = \{b, c\}$ è un sottoinsieme di B

$$\{b, c\} \subseteq \{a, b, c\}$$

Il simbolo $\subseteq$ NON ESCLUDE che A e B siano uguali

Se A è un sottoinsieme di B e so che $A \neq B$ si può scrivere $A \subset B$. In tal caso si dice che A è un <u>SOTTOINSIEME PROPRIO DI</u> B

Quindi $\{b, c\} \subset \{a, b, c\}$

<u>OSSERVAZIONE</u>

Ogni insieme è sottoinsieme di se stesso $B \subseteq B$

L'<u>INSIEME VUOTO</u> non ha elementi, ed è sottoinsieme di qualsiasi insieme. Si indica con $\emptyset$ oppure con $\{\}$

Dato l'insieme $A = \{1, 2, 3\}$, possiamo considerare tutti i suoi possibili sottoinsiemi:

$\emptyset, A, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}$

SINGOLETTO DI 1

L'insieme di tutti i sottoinsiemi di A si chiama INSIEME DELLE PARTI DI A

$$\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{1,2,3\}, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}\}$$

gli elementi di $\mathcal{P}(A)$ sono essi stessi insiemi

VERO O FALSO?

$\{1,2\} \subseteq A$ VERO

$2 \in A$ VERO

$\emptyset \subset A$ VERO

$\emptyset \in A$ FALSO

$\{1,2\} \in \mathcal{P}(A)$ VERO

$\{1,2\} \subset \mathcal{P}(A)$ FALSO

$\emptyset \in \mathcal{P}(A)$ VERO

$\emptyset \subset \mathcal{P}(A)$ VERO

PAG. 152

$\in$ APPARTIENE

$\subseteq$ INCLUSO (SOTTOINSIEME)

69 **Vero o falso?**

Siano $A = \{-3, -1, 1, 3\}$, $B = \{\pm 1, \pm 2, \pm 3\}$. Allora:

a. A è un sottoinsieme proprio di B ~~V~~ F

b. B è un sottoinsieme improprio di A V ~~F~~

c. $A \subset B$ ~~V~~ F

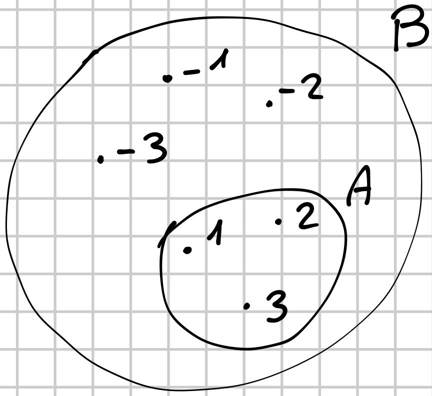
d. $B \supseteq A$ ~~V~~ F

e. $B \subset A$ V ~~F~~

f. $B \supset A$ ~~V~~ F

[4 affermazioni vere e 2 false]

$B = \{-1, -2, -3, 1, 2, 3\}$



72 Una delle seguenti quattro scritture **non** è formalmente corretta. Quale?

A $-2 \notin \mathbf{N}$ ~~B~~ $2 \subseteq \mathbf{N}$ C $\{10\} \subseteq \mathbf{N}$ D $\left\{\frac{1}{2}\right\} \not\subseteq \mathbf{N}$

73 Una delle seguenti quattro scritture **non** è formalmente corretta. Quale?

A $\varnothing \subset \mathbf{N}$ ~~B~~ $\mathbf{N} \supset \{x \mid x \text{ è dispari}\}$ C $10 \in \mathbf{N}$ D $\{-10\} \not\subseteq \mathbf{N}$

$\{x \mid x \ \underbrace{\text{è dispari}}\} = \{\dots, -5, -3, -1, 1, 3, 5, \dots\}$

vale per i numeri interi

CORRETTA $\{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ è dispari}\} = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$

78 $X = \mathbf{N}$

A è l'insieme dei numeri primi

$B = \{x \in \mathbf{Z} \mid x > -1\}$

C è l'insieme formato dai multipli di 4

Dire se A, B, C sono sottoinsiemi (propri o impropri) di X

$A \subset X$ A è sott. PROPRIO di X

$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, \ldots\}$

Esistono elementi di X che non stanno in A

($A \subseteq X$ sarebbe comunque corretto)

$B = \{0, 1, 2, 3, \ldots\} = \mathbb{N}$

$B \subseteq X$ B è sott. IMPROPRIO di X

$C = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ è multiplo naturale di } 4\} = \{0, 4, 8, 12, 16, \ldots\}$

$C \subset X$ SOTTOINSIEME PROPRIO

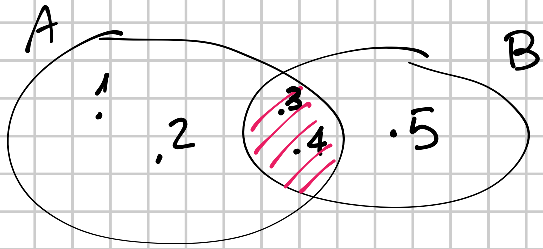
INTERSEZIONE DI INSIEMI

DEFINIZIONE | Intersezione di due insiemi

L'**intersezione** di due insiemi A e B è l'insieme, indicato con $A \cap B$, costituito dagli elementi che appartengono sia ad A sia a B. In simboli:

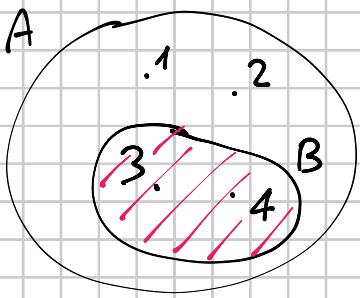
$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$$

ES. 1) $A = \{1, 2, 3, 4\}$ $\quad B = \{3, 4, 5\}$



$A \cap B = \{3, 4\}$

ES. 2) $A = \{1, 2, 3, 4\}$ $\quad B = \{3, 4\}$

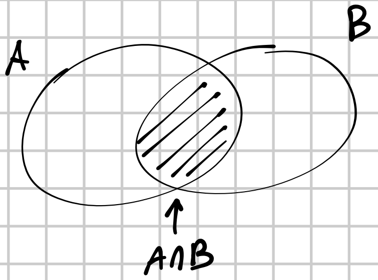


$A \cap B = \{3, 4\} = B$

$B \subseteq A \Rightarrow A \cap B = B$ Se B è sottoinsieme di A, $A \cap B$ è esattamente B

IN GENERALE

È corretto dire che l'insieme $A \cap B$ è sottoinsieme di A? SÍ

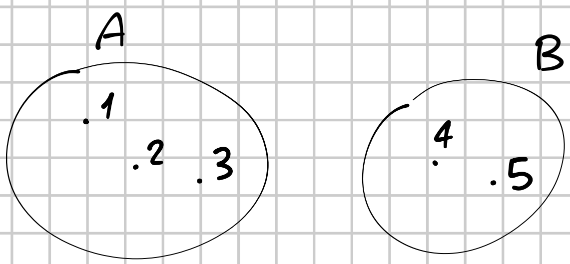


$A \cap B \subseteq A$

$A \cap B \subseteq B$

ES. 3) $A = \{1,2,3\}$ $B = \{4,5\}$

$A \cap B = \emptyset$ DUE INSIEMI CHE HANNO INTERSEZIONE VUOTA SI DICONO DISGIUNTI

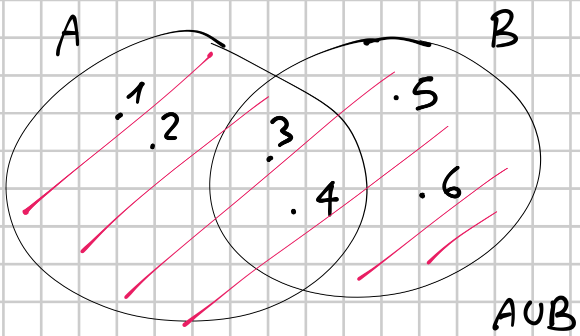


DEFINIZIONE | Unione di due insiemi

L'**unione** di due insiemi A e B è l'insieme, indicato con $A \cup B$, che è costituito dagli elementi che appartengono ad A o a B (o a entrambi). In simboli:

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ o } x \in B\}$$

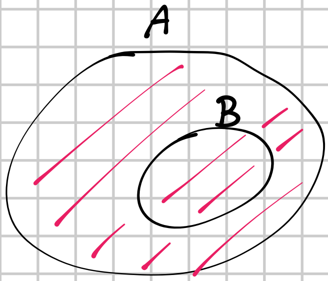
$A = \{1,2,3,4\}$ $B = \{3,4,5,6\}$



$A \cup B = \{1,2,3,4,5,6\}$

È corretto dire $A \subseteq A \cup B$ e $B \subseteq A \cup B$

Se $B \subseteq A$, allora $A \cup B = A$



ANCORA SULL'INSIEME DELLE PARTI

Se un insieme A ha n elementi, allora tutti i suoi sottoinsiemi sono in numero 2^n (cioè l'insieme delle parti di A ha 2^n elementi)

$A = \{1, 2, 3\}$

$\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, A, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}\}$ 2^3 elementi

$B = \{1, 2\}$

$\mathcal{P}(B) = \{\emptyset, B, \{1\}, \{2\}\}$ 2^2 elementi