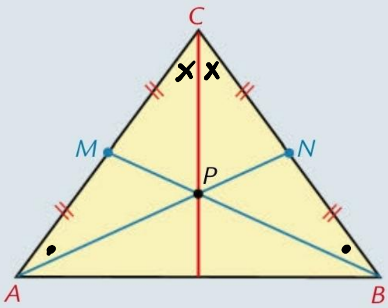
28/1/2020

87 **ESERCIZIO GUIDATO**

In un triangolo *ABC*, isoscele sulla base *AB*, traccia le mediane *AN* e *BM* e indica con *P* il loro punto di intersezione. Dimostra che *CP* è la bisettrice di $\widehat{C}$.



IPOTESI $AC \cong BC$, M ed N punti medi di AC e BC

TESI CP è bisettrice dell'angolo $\widehat{C}$

DIMOSTRAZIONE

- Considera i due triangoli *ACN* e *BMC*. Essi hanno $AC \cong BC$, $CN \cong CM$, $\widehat{C}$ in comune, quindi sono congruenti per il 1° criterio di congruenza. In particolare sarà $C\widehat{A}N \cong C\widehat{B}M$.
- Dimostra che il triangolo *APB* è isoscele. A tale scopo, osserva che:

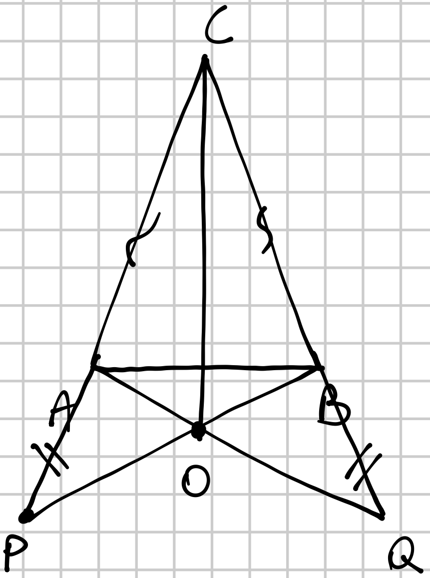
  $P\widehat{A}B \cong C\widehat{A}B - C\widehat{A}N, \quad P\widehat{B}A \cong C\widehat{B}A - C\widehat{B}M$

  e inoltre $C\widehat{A}B \cong C\widehat{B}A$ perché angoli alla base di un triangolo isoscele e $C\widehat{A}N \cong C\widehat{B}M$ per la precedente dimostrazione. Quindi gli angoli $P\widehat{A}B$ e $P\widehat{B}A$ sono congruenti in quanto differenze di angoli congruenti

- Considera i triangoli *CPA* e *CPB*. Essi hanno 3 lati congruenti, quindi sono congruenti per il 3° criterio di congruenza. In particolare $A\widehat{C}P \cong B\widehat{C}P$, di conseguenza *CP* è *bisettrice* dell'angolo $\widehat{C}$.

PAB è quindi isoscele

88 Dato un triangolo ABC, isoscele sulla base AB, prolunga i lati obliqui AC e BC, rispettivamente dalla parte di A e di B, di due segmenti AP e BQ, tali che $AP \cong BQ$. Dimostra che il punto di intersezione di AQ e di PB appartiene alla bisettrice di $\widehat{C}$.



IPOTESI

① $AC \cong CB$

② $AP \cong BQ$

TESI

$A\hat{C}O \cong \hat{B}CO$ (CO è bisettrice di $\hat{C}$)

DIM.

Considero i triangoli ABP e QAB. Essi hanno

- AB in comune
- $AP \cong BQ$ per ip. ②
- $P\hat{A}B \cong A\hat{B}Q$ perché supplementari di angoli alla base del triangolo isoscele ABC.

Dunque $ABP \cong QAB$ per il 1° crit. di congr. In particolare $B\hat{A}O \cong A\hat{B}O$ perché angoli corrispondenti in tr. congruenti. Dunque AOB è isoscele e $AO \cong OB$.

Considero i triangoli AOC e BOC. Essi hanno

- $AO \cong OB$ per quanto dimostrato
- CO in comune
- $AC \cong AB$ per ip. ①

Dunque sono congruenti per il 3° crit. di congruenza. In part. $A\hat{C}O \cong B\hat{C}O$ poiché angoli corrisp. in tr. congruenti CVD