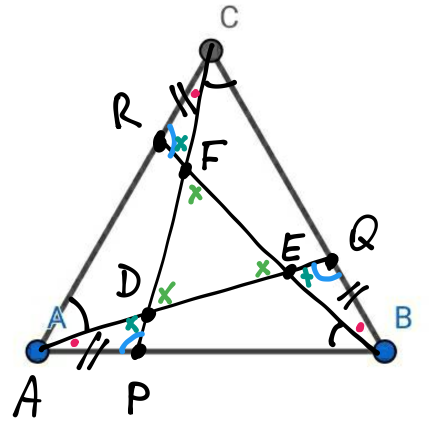
4/2/2020

100 Dato il triangolo equilatero ABC, considera sui suoi lati AB, BC, AC, rispettivamente, i punti P, Q, R tali che $AP \cong BQ \cong CR$. Traccia quindi i segmenti AQ, BR, CP, indicando con D, E, F i loro punti d'intersezione. Dimostra che:

a. i triangoli APC, AQB, BRC sono congruenti;

b. il triangolo DEF è equilatero.



HYP
① $AB \cong BC \cong AC$
② $AP \cong BQ \cong CR$

TS
a) $APC \cong AQB \cong BRC$
b) $DE \cong EF \cong FD$ (DEF equilatero)

a) Considero i triangoli APC, AQB e BRC. Essi hanno
- $AC \cong AB \cong BC$ per ip. ①
- $AP \cong BQ \cong CR$ per ip. ②
- $C\hat{A}P \cong A\hat{B}Q \cong B\hat{C}R$ perché angoli interni di un triangolo equilatero

Allora sono congruenti per il 1° criterio di congr.

b) Considero i triangoli APD, QEB, RFC. Per quanto dimostrato in a) essi hanno
- $P\hat{A}D \cong E\hat{B}Q \cong R\hat{C}F$ • $D\hat{P}A \cong B\hat{Q}E \cong C\hat{R}F$
- $AP \cong BQ \cong CR$ per ipotesi ②

Allora sono congruenti per il 2° crit. di congruenza. In particolare

$A\hat{D}P \cong Q\hat{E}B \cong R\hat{F}C$ perché lati corrispondenti in triangoli congruenti

$F\hat{D}E \cong A\hat{D}P$ $\quad F\hat{E}D \cong Q\hat{E}B$ $\quad D\hat{F}E \cong R\hat{F}C$ perché angoli opposti al vertice

dunque $F\hat{D}E \cong F\hat{E}D \cong D\hat{F}E$, per cui il triangolo DEF è equilatero

CVD