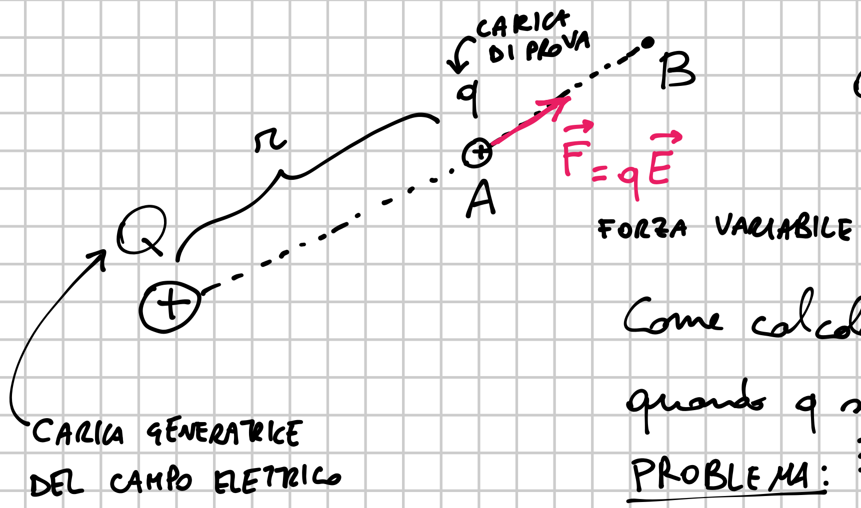
4/11/2019

ENERGIA POTENZIALE ELETTRICA

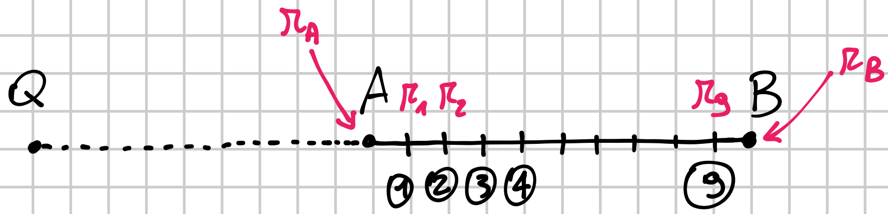
DI DUE CARICHE PUNTIFORMI



Q, A, B allineati

Come calcolare il lavoro di $\vec{F}$ quando q si sposta da A a B?

<u>PROBLEMA</u>: $\vec{F}$ varia lungo il tragitto AB



r_A = distanza di Q da A

$r_{①}$ = distanza di Q da ①

$r_{②}$ = distanza di Q da ②

⋮

$r_{⑨}$ = distanza di Q da ⑨

r_B = distanza di Q da B

Nel tratto A① prendo come distanza, per calcolare la forza di Coulomb, la media geometrica delle distanze r_A e r_1, cioè $\sqrt{r_A r_1}$

$$\Downarrow$$

$$F = k_0 \frac{Qq}{r_A r_1} \quad \text{(nel tratto A①)}$$

Nel tratto ①② faccio la stessa cosa $\Rightarrow F = k_0 \dfrac{Qq}{r_1 r_2}$

......

Nel tratto ⑨B la forza è $F = k_0 \dfrac{Qq}{r_9 r_B}$

Ora valutiamo il lavoro in ogni tratto

Nel tratto A① il lavoro della forza del campo elettrico è

$$\Delta W_{A\to ①} = \vec{F}\cdot\vec{s} = k_0 \frac{Qq}{r_A r_1}(r_1 - r_A) = k_0\frac{Qq}{r_A} - k_0\frac{Qq}{r_1}$$

Nel tratto ①② il lavoro è

$$\Delta W_{①\to ②} = \vec{F}\cdot\vec{s} = k_0 \frac{Qq}{r_1 r_2}(r_2 - r_1) = k_0\frac{Qq}{r_1} - k_0\frac{Qq}{r_2}$$

Nel tratto ②③ il lavoro è

$$\Delta W_{②\to ③} = k_0\frac{Qq}{r_2} - k_0\frac{Qq}{r_3}$$

⋮

Nell'ultimo tratto ⑨B il lavoro è

$$\Delta W_{⑨\to B} = k_0\frac{Qq}{r_9} - k_0\frac{Qq}{r_B}$$

Il lavoro totale (lungo tutto il tratto AB) è

$$W_{A\to B} = \Delta W_{A\to ①} + \Delta W_{①\to ②} + \dots + \Delta W_{⑨\to B} =$$

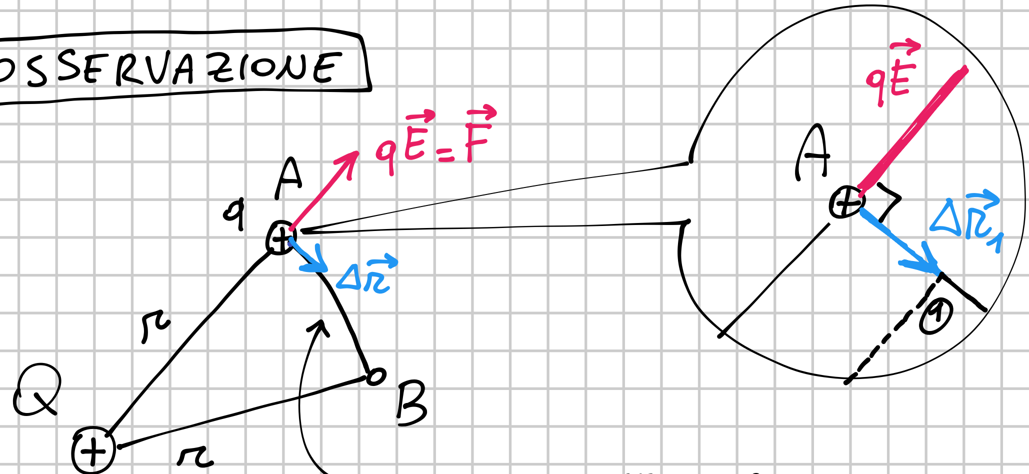
$$= k_0\frac{Qq}{r_A} - \cancel{k_0\frac{Qq}{r_1}} + \cancel{k_0\frac{Qq}{r_1}} - \cancel{k_0\frac{Qq}{r_2}} + \cancel{k_0\frac{Qq}{r_2}} - \dots + \cancel{k_0\frac{Qq}{r_9}} - k_0\frac{Qq}{r_B}$$

$$= k_0\frac{Qq}{r_A} - k_0\frac{Qq}{r_B}$$

$$W_{A\to B} = \underbrace{k_0\frac{Qq}{r_A}}_{U_A} - \underbrace{k_0\frac{Qq}{r_B}}_{U_B} = U_A - U_B$$

DEFINISCO $\boxed{U = k_0\frac{Qq}{r}}$ ENERGIA POTENZIALE DEL SISTEMA DI CARICHE Q, q

OSSERVAZIONE

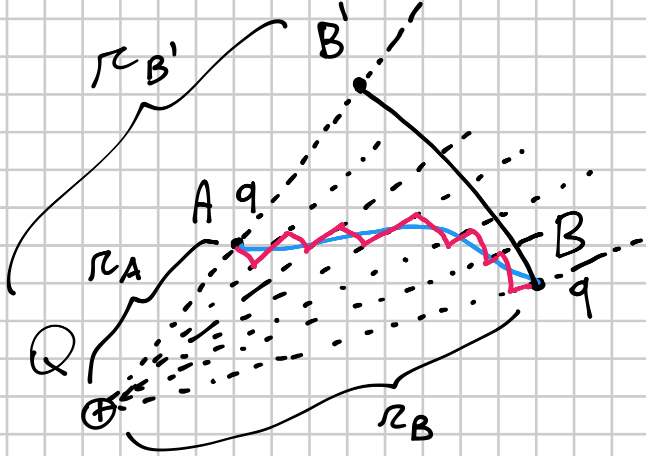


$$\Delta W_{A\to 1} = q\vec{E}\cdot\Delta\vec{r}_1 = 0$$

perché perpendicolari

ARCO DI CIRCONFERENZA DI CENTRO Q E RAGGIO r } PERCORSO DELLA CARICA q, DA A A B

Se la carica q si sposta lungo un arco di circonferenza di centro Q, il lavoro è nullo perché la forza $\vec{F} = q\vec{E}$ è sempre perpendicolare (in ogni istante) allo spostamento.



Il percorso BLU (reale) viene approssimato da un percorso ROSSO formato da tratti rettilinei che seguono le linee di forza e da archi di circonferenze centrate in Q (sorgente)

$$\boxed{W_{A\to B} = U_A - U_B}$$

→ lungo gli archi il contributo al lavoro è nullo; devo sommare solo i lavori lungo i tratti rettilinei e così facendo ottengo lo stesso valore che otterrei spostandomi da A a B'.

$$U = k_0 \frac{Qq}{r}$$

quindi $U_B = U_{B'}$

perché $r_B = r_{B'}$

Il lavoro della forza di Coulomb sulla carica q che si sposta da A a B è indipendente dalla traiettoria seguita (dipende solo da A e da B)

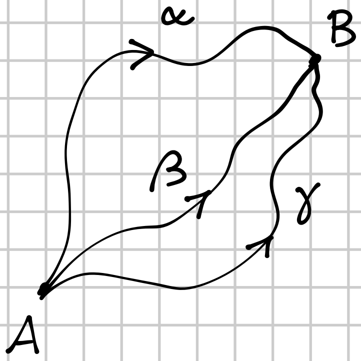
$$\Downarrow$$

<u>LA FORZA DI COULOMB È CONSERVATIVA</u>

Di conseguenza il <u>CAMPO ELETTROSTATICO È CONSERVATIVO</u>

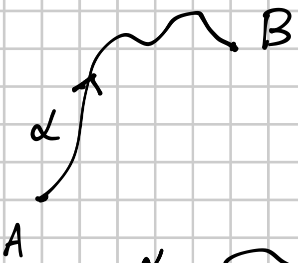
RIPASSO FORZE CONSERVATIVE

FORZA CONSERVATIVA $\rightarrow$ il lavoro svolto (dalla forza) lungo un percorso qualsiasi da A a B dipende solo dai punti iniziale A e finale B (e non dalla particolare traiettoria seguita)

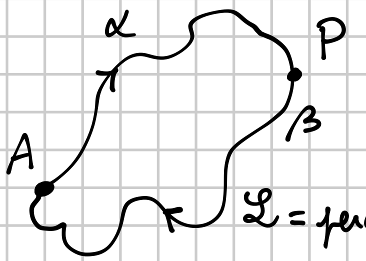


$$(W_{A\to B})_\alpha = (W_{A\to B})_\beta = (W_{A\to B})_\gamma$$

EQUIVALENTEMENTE il lavoro lungo un percorso chiuso è sempre 0



$$(W_{A\to B})_\alpha = -(W_{B\to A})_\alpha$$ (gli spostamenti sono opposti)



$\mathcal{L}$ = percorso chiuso

$$W_{\mathcal{L}} = (W_{A\to P})_\alpha + \overbrace{(W_{P\to A})_\beta}^{\text{uguale al lavoro da P ad A lungo } \alpha} =$$

$$= (W_{A\to P})_\alpha + (W_{P\to A})_\alpha =$$

percorso da P ad A

$$= (W_{A\to P})_\alpha - (W_{A\to P})_\alpha = 0$$

ESEMPI DI FORZE CONSERVATIVE

1) La forza peso $\vec{F}_p = m\vec{g}$

2) La forza di Coulomb (elettrostatica) $\vec{F} = k_0 \frac{Qq}{r^2}\hat{r}$

OGNI FORZA CONSERVATIVA AMMETTE UNA CORRISPONDENTE ENERGIA POTENZIALE U

tale che $$W_{A \to B} = U_A - U_B$$

ENERGIA POTENZIALE ASSOCIATA A UNA FORZA CONSERVATIVA

è il lavoro (eventuale) che la forza compirebbe qualora il corpo su cui agisce si spostasse dalla sua posizione a quella di riferimento (cioè quella in cui $U = 0$)

TEOREMA DELL'EN. CINETICA	LAVORO DELLE FORZE CONSERVATIVE
$W_{A \to B} = K_B - K_A$ LAVORO RISULTANTE	$W_{A \to B} = U_A - U_B$

TEOREMA DI CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA

SE SU UN SISTEMA ISOLATO (SU CUI CIOÈ NON AGISCONO FORZE ESTERNE) AGISCONO SOLO FORZE CONSERVATIVE (O QUELLE NON CONSERVATIVE COMPIONO LAVORO NULLO) L'ENERGIA MECCANICA SI CONSERVA

[LA TESI RIMANE VALIDA ANCHE SE SUL SISTEMA AGISCONO FORZE ESTERNE CHE COMPIONO LAVORO NULLO]

DIMOSTRAZIONE

Nelle ipotesi del teorema

$$W_{A \to B} = K_B - K_A$$

COINCIDONO

$$W_{A \to B} = U_A - U_B$$

$$U_A - U_B = K_B - K_A$$

$$\underbrace{U_A + K_A}_{\text{EN. MECCANICA INIZIALE}} = \underbrace{U_B + K_B}_{\text{EN. MECCANICA FINALE}}$$