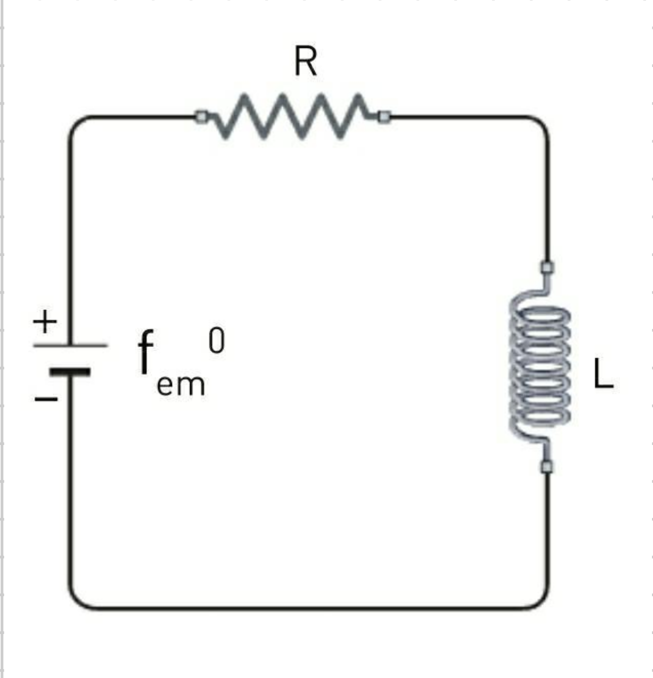
13/11/2019

ENERGIA DEL CAMPO MAGNETICO



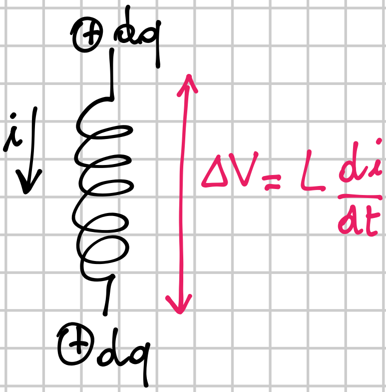
EQUAZIONE DIFFERENZIALE CHE DESCRIVE IL CIRCUITO

$$f_{em}^{0} - Ri - L\frac{di}{dt} = 0$$

$$W_L = \frac{1}{2} L I^2$$

LAVORO COMPIUTO DAL GENERATORE PER PORTARE LA CORRENTE AL VALORE DI REGIME I VINCENDO L'EFFETTO RITARDANTE DELL'AUTOINDUZIONE

La corrente sta variando da 0 a I (valore di regime)



$$0 \le i \le I$$

- Considero un intervallo di tempo infinitesimo dt in cui la corrente varia da i a $i+di$
- In questo intervallo di tempo nell'induttore fluisce la carica $dq = i\,dt$
- Inoltre, in questo intervallo di tempo si genera una fem autoindotta $f_{em} = -L\frac{di}{dt}$, pari alla d.d.p. ai capi dell'induttore

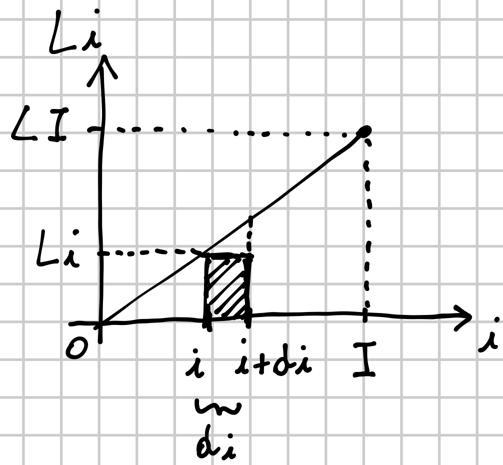
$$\Delta V = L\frac{di}{dt} \quad (\text{in modulo})$$

- Il lavoro per muovere tale carica dq tra 2 punti a d.d.p. ΔV è

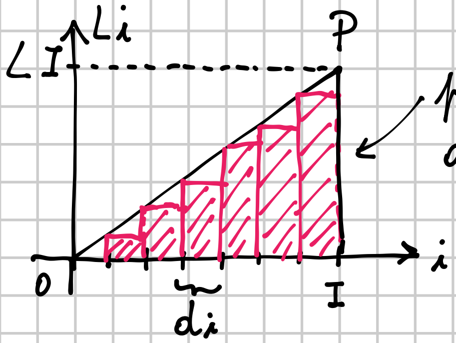
$$dW_L = dq \cdot \Delta V = i\,\cancel{dt}\,L\,\frac{di}{\cancel{dt}} = L\,i\,di$$

Quindi il <u>LAVORO ELEMENTARE</u> è

$$dW_L = L\,i\,di$$



Immagino di suddividere tutto l'intervallo $[0, I]$ in tanti pezzettini infinitesimi e di ripetere per ciascuno di essi il calcolo precedente del lavoro



più di è piccolo più la somma delle aree dei rettangoli approssima l'area del triangolo OIP

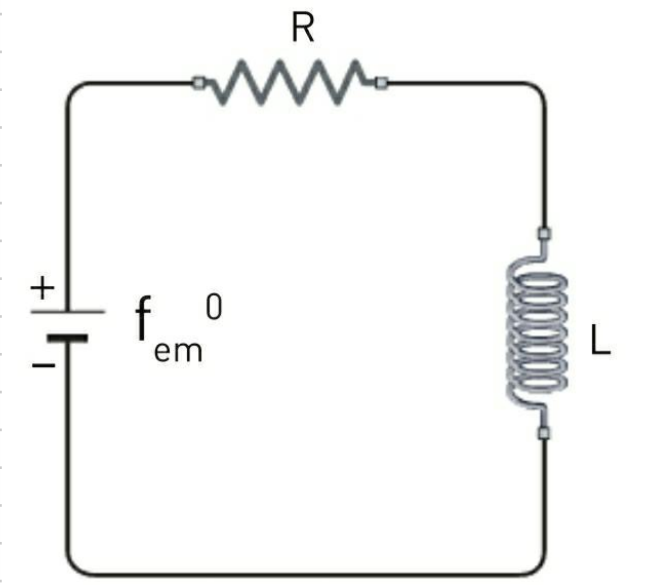
Il lavoro totale

$$W_L = \int_0^I dW_L = \int_0^I L\,i\,di = \frac{1}{2} LI \cdot I = \frac{1}{2} L I^2$$

AREA DEL TRIANGOLO OIP

ENERGIA IMMAGAZZINATA NEL CAMPO MAGNETICO (FINCHÉ LA CORRENTE SI MANTIENE AL VALORE I)

BILANCIO ENERGETICO



EQUAZIONE DIFFERENZIALE CHE DESCRIVE IL CIRCUITO

$$f_{em}^0 - Ri - L\frac{di}{dt} = 0$$

↓ moltiplico per $i\,dt$

$$f_{em}^0\, i\,dt - Ri^2 dt - L\,i\,di = 0$$

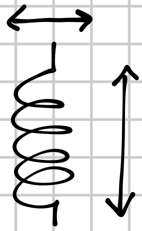
$$\Downarrow$$

$$\underbrace{f_{em}^0\, i\,dt}_{\text{ENERGIA EROGATA DAL GENERATORE}} = \underbrace{Ri^2 dt}_{\text{ENERGIA DISSIPATA PER EFFETTO JOULE NEL RESISTORE}} + \underbrace{L\,i\,di}_{\text{ENERGIA IMMAGAZZINATA NEL CAMPO MAGNETICO}}$$

NEL TEMPO dt

DENSITÀ DI ENERGIA DEL CAMPO MAGNETICO

S = area della spira



l = lunghezza

VOLUME DEL SOLENOIDE $= S \cdot l$ ← IN QUESTO SPAZIO C'È IL CAMPO MAGNETICO $\vec{B}$

DENSITÀ VOLUMICA DI ENERGIA

$$w_{\vec{B}} = \frac{W_L}{S l} = \frac{\frac{1}{2} L I^2}{S l} = \frac{\frac{1}{2} \mu_0 \frac{N^2}{l} \cancel{S} I^2}{\cancel{S} l} =$$

$$= \frac{1}{2\cancel{\mu_0}} \frac{\cancel{\mu_0^2} N^2}{l^2} I^2 = \frac{1}{2\cancel{\mu_0}} \left(\mu_0 \frac{N}{l} I\right)^2 =$$

$$= \frac{1}{2\cancel{\mu_0}} B^2$$

$$\boxed{w_{\vec{B}} = \frac{1}{2\cancel{\mu_0}} B^2}$$

FORMULA GENERALE PER LA DENSITÀ DI ENERGIA MAGNETICA

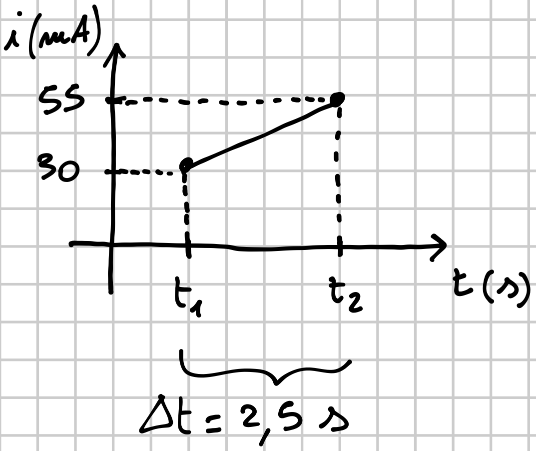
Se in una regione di spazio (vuoto) è presente un campo magnetico, nello stesso spazio è distribuito dell'energia la cui densità volumica è data da questa formula.

34 ★★★

In un circuito con coefficiente di autoinduzione di 0,43 H, la corrente elettrica varia linearmente da 30 mA a 55 mA per mezzo di una resistenza variabile in un intervallo di tempo di 2,5 s.

- ▸ Calcola la forza elettromotrice media indotta.
- ▸ Qual è il significato del segno che si è ottenuto nel risultato?

[$-4{,}3 \times 10^{-3}$ V]



$$L = 0{,}43\ \text{H}$$

$$f_{em} = -L\,\frac{\Delta i}{\Delta t} = -(0{,}43\ \text{H})\,\frac{(55-30)\times 10^{-3}\ \text{A}}{2{,}5\ \text{s}} = \boxed{-4{,}3\times 10^{-3}\ \text{V}}$$

In accordo con la legge di Lenz, il segno meno indica che la corrente indotta deve circolare in modo da generare un campo magnetico che si oppone alla variazione del flusso

38 ★★★ Un solenoide è ottenuto avvolgendo un filo di rame di resistenza per metro pari a 1,2 kΩ/m intorno a un cilindro di raggio 1,0 cm. Il solenoide è costituito da 100 avvolgimenti ed è lungo 11 cm.

- Calcola la resistenza del solenoide e il suo coefficiente di autoinduzione.
- Fabbrichi un solenoide di 200 spire lungo il doppio utilizzando lo stesso filo di rame e lo stesso cilindro per sagomarlo: quali sarebbero la sua resistenza e la sua induttanza?

[$7{,}6 \times 10^3\,\Omega$; $3{,}6 \times 10^{-5}$ H; $1{,}5 \times 10^4\,\Omega$; $7{,}2 \times 10^{-5}$ H]

LUNGHEZZA DEL SOLENOIDE $= 2\pi r \cdot 100 = 6{,}2831\ldots \text{ m}$

RESISTENZA $R = \left(1{,}2 \times 10^3 \frac{\Omega}{\text{m}}\right) \cdot 6{,}2831\ldots \text{ m} =$

$= 7{,}539822\ldots \times 10^3\,\Omega \simeq \boxed{7{,}5 \times 10^3\,\Omega}$

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{l} S = \left(4\pi \times 10^{-7} \frac{N}{A^2}\right) \frac{100^2}{0{,}11 \text{ m}} \pi \left(1{,}0 \times 10^{-2} \text{ m}\right)^2 =$$

$$= 358{,}894\ldots \times 10^{-7}\,H \simeq \boxed{3{,}6 \times 10^{-5}\,H}$$

2° SOLENOIDE

$$R_2 = 2\pi r \cdot 200 \cdot \left(1{,}2 \times 10^3 \frac{\Omega}{\text{m}}\right) = 2R = 2\left(7{,}5398\ldots \times 10^3\,\Omega\right)$$

$$\simeq \boxed{1{,}5 \times 10^4\,\Omega}$$

$$L_2 = \mu_0 \frac{(2N)^2}{2l} S = \mu_0 \frac{\overset{2}{\cancel{4}} N^2}{\cancel{2} l} S = 2L = 2\left(3{,}588\ldots \times 10^{-5}\,H\right) \simeq \boxed{7{,}2 \times 10^{-5}\,H}$$