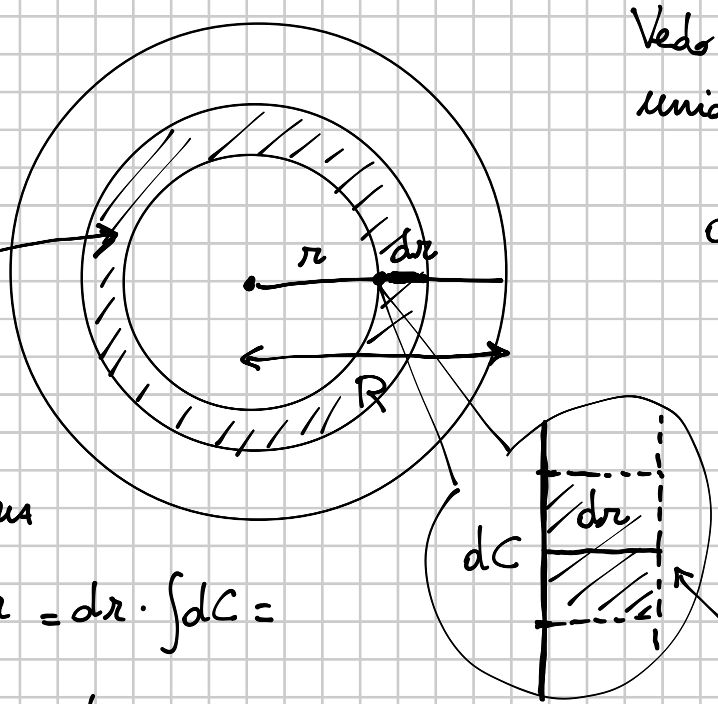
2/12/2019

CIRCONFERENZA $\quad C = 2\pi r \xleftarrow{\text{DERIVATA}} A = \pi r^2$

SFERA $\quad S = 4\pi r^2 \xleftarrow{\text{DERIVATA}} V = \frac{4}{3}\pi r^3$

Immagino di sapere che la lunghezza della circonferenza è $C = 2\pi r$. Voglio trovare una formula per l'area del cerchio

Vedo il cerchio come unione di corone circolari



$0 < r < R$

raggio di ogni corona

dr = "altezza" della corona

AREA RETTANGOLO $= dC \cdot dr$

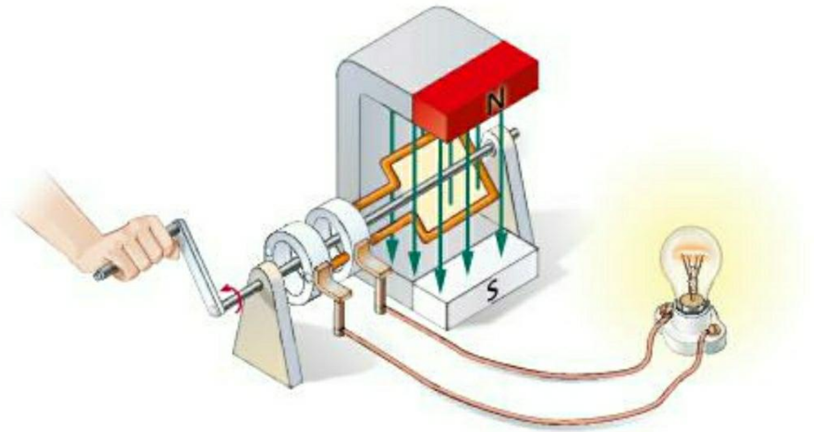
AREA (INFINITESIMA) DELLA CORONA

$$dA = \int dC \cdot dr = dr \cdot \int dC = $$
$$= dr \cdot 2\pi r$$

$\Downarrow$

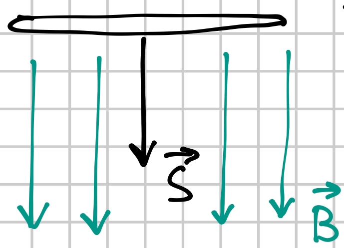
$$A = \int dA = \int_0^R 2\pi r \, dr = \int_0^R (\pi r^2)' dr = \pi R^2 - \pi 0^2 = \pi R^2$$

6 ★★★ **CON LE DERIVATE E GLI INTEGRALI** Una spira quadrata di lato 12 cm e resistenza di 5,0 Ω è immersa in un campo magnetico uniforme di 0,23 T. Al tempo $t = 0$ s, il piano individuato dalla spira è perpendicolare al campo magnetico.



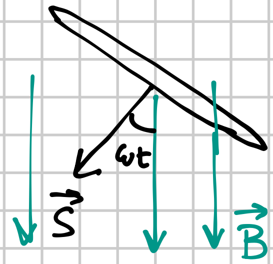
- Calcola la carica totale che fluisce nella spira in mezzo giro, cioè tra $t = 0$ s e $t = \pi/\omega$.

[1,3 mC]

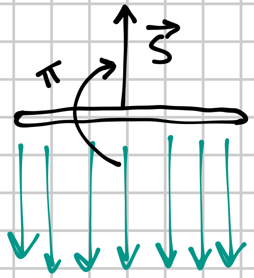


$t=0$

ISTANTE t



ISTANTE $t = \frac{\pi}{\omega}$



(MEZZO GIRO)

CORRENTE INDOTTA

$$i(t) = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$$

FLUSSO $\Phi(\vec{B}) = \vec{B}\cdot\vec{S} = BS\cos\omega t$

$$\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} = BS(-\sin\omega t)\cdot\omega = -\omega BS\sin\omega t$$

$$i(t) = \frac{\omega BS}{R}\sin\omega t$$

Sappiamo che $i = \frac{dq}{dt}$, cioè

$$dq = i\,dt$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{\omega BS}{R}\sin\omega t \Longrightarrow \boxed{dq = \frac{\omega BS}{R}\sin\omega t\,dt}$$

CARICA (INFINITESIMA) dq CHE FLUISCE (ATTRAVERSA UNA SEZIONE) NELL'INTERVALLO DI TEMPO dt

$$dq = \frac{\omega B S}{R} \sin \omega t \, dt$$

← per trovare la carica totale che fluisce nell'intervallo $\left[0, \frac{\pi}{\omega}\right]$ dobbiamo sommare tutti questi dq, cioè calcolare un integrale

RICORDARE CHE $\displaystyle\int_a^b f'(x)\,dx = f(b) - f(a) = f(x)\Big|_a^b$

CARICA TOTALE $\displaystyle q = \int dq = \int_0^{\frac{\pi}{\omega}} \frac{\omega B S}{R} \sin \omega t \, dt =$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{\omega}} \left(-\frac{BS}{R}\cos \omega t\right)' dt = -\frac{BS}{R}\cos \omega t \Big|_0^{\frac{\pi}{\omega}} =$$

$$= -\frac{BS}{R}\cos \underbrace{\pi}_{\omega \cdot \frac{\pi}{\omega}} - \left(-\frac{BS}{R}\cos 0\right) =$$

$$= \frac{BS}{R} + \frac{BS}{R} = \frac{2BS}{R} =$$

$$= \frac{2\,(0{,}23\ T)\,(0{,}12\ m)^2}{5{,}0\ \Omega} = 0{,}0013248\ C$$

$$\simeq \boxed{1{,}3\ mC}$$