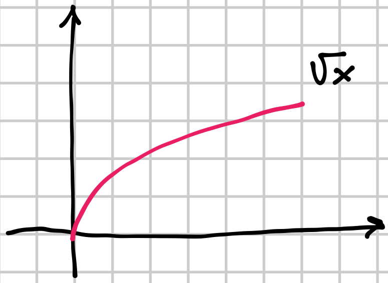
24/9/2019

9. $\dfrac{1}{\sqrt{1+n^2}}$



$$\lim_{n \to +\infty} \frac{1}{\sqrt{1+n^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+\infty}} = \frac{1}{+\infty} = 0$$

12. $\dfrac{2n^3-5n+1}{3n^2+n-2}$ $\qquad [+\infty]$

13. $\dfrac{4n^2+1}{3n^2+n-4}$ $\qquad \left[\dfrac{4}{3}\right]$

12) $$\lim_{n \to +\infty} \frac{2n^3-5n+1}{3n^2+n-2} = \frac{+\infty-\infty+1}{+\infty+\infty-2} \quad \text{F. I.}$$

$$= \lim_{n \to +\infty} \frac{n^{\cancel{3}}\left(2-\overbrace{\frac{5}{n^2}}^{\to 0}+\overbrace{\frac{1}{n^3}}^{\to 0}\right)}{\cancel{n^2}\left(3+\underbrace{\frac{1}{n}}_{\to 0}-\underbrace{\frac{2}{n^2}}_{\to 0}\right)} = \frac{+\infty \cdot 2}{3} = +\infty$$

13) $$\lim_{n \to +\infty} \frac{4n^2+1}{3n^2+n-4} = \frac{+\infty}{+\infty} \quad \text{F. I.}$$

$$= \lim_{n \to +\infty} \frac{\cancel{n^2}\left(4+\overbrace{\frac{1}{n^2}}^{\to 0}\right)}{\cancel{n^2}\left(3+\underbrace{\frac{1}{n}}_{\to 0}-\underbrace{\frac{4}{n^2}}_{\to 0}\right)} = \frac{4}{3}$$

IN GENERALE

1) Il limite per $n \to +\infty$ del rapporto di due polinomi <u>dello stesso grado</u> è dato dal rapporto dei coefficienti di grado massimo.

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{a_m n^m + a_{m-1} \cdot n^{m-1} + \dots + a_0}{b_m n^m + b_{m-1} n^{m-1} + \dots + b_0} = \frac{a_m}{b_m}$$

2) Se il numeratore ha grado maggiore del denominatore, il limite è ∞

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{-3n^2 + n}{n - 1} = \lim_{n \to +\infty} \frac{n^{\cancel{2}}(-3 + \overbrace{\tfrac{1}{n}}^{0})}{\cancel{n}(1 - \underbrace{\tfrac{1}{n}}_{0})} = \frac{+\infty(-3)}{1} = -\infty$$

Il segno è dato sempre dal segno del rapporto dei coefficienti di grado massimo

3) Se il denominatore ha grado maggiore del numeratore, il limite è 0

Ai fini del calcolo dei limiti per $n \to +\infty$ conta solo, nei polinomi, il monomio di grado massimo

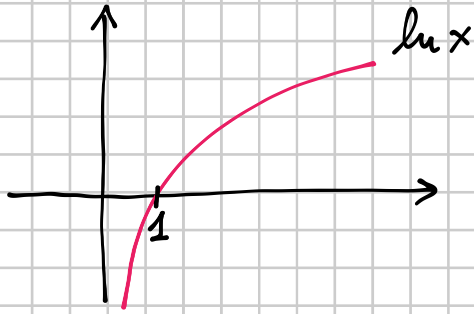
$$\lim_{n \to +\infty} (2n^3 - 5n^2 + n) = \overset{F.I.}{+\infty - \infty} + \infty$$

$$= \lim_{n \to +\infty} 2n^3 \overbrace{\left(1 - \frac{5}{2n} + \frac{1}{2n^2}\right)}^{1} = \left(\lim_{n \to +\infty} 2n^3\right) \cdot 1 = +\infty$$

18. $\dfrac{5+n-n^2+n^3}{1-2n^3}$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{5+n-n^2+n^3}{1-2n^3} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}$$

21. $\ln(n^2+n)$



$$\lim_{n\to+\infty} \ln(n^2+n) = \underbrace{\ln(+\infty)}_{\downarrow} = +\infty$$

SIGNIFICA limite di $\ln x$ per $x \to +\infty$

23. $\sqrt{n+1}-\sqrt{n-2}$ [0]

24. $\sqrt{n^2+1}-\sqrt{n}$ [$+\infty$]

25. $\sqrt{n^2+n}-\sqrt{n^2+3n}$ [-1]

$$\lim_{n\to+\infty}\left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n-2}\right) = +\infty-\infty \quad \text{F.I.}$$

1° TENTATIVO (NON È DETTO CHE FUNZIONI)

$$\lim_{n\to+\infty}\left(\sqrt{n\left(1+\frac{1}{n}\right)}-\sqrt{n\left(1-\frac{2}{n}\right)}\right) = \lim_{n\to+\infty}\left(\sqrt{n}\sqrt{1+\frac{1}{n}}-\sqrt{n}\sqrt{1-\frac{2}{n}}\right) =$$

$$= \lim_{n\to+\infty} \underbrace{\sqrt{n}}_{+\infty}\underbrace{\left[\sqrt{1+\underbrace{\frac{1}{n}}_{0}}-\sqrt{1-\underbrace{\frac{2}{n}}_{0}}\right]}_{0} = +\infty\cdot 0 \quad \text{F.I.}$$

2° TENTATIVO

$$\lim_{n\to+\infty}\left[\left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n-2}\right)\cdot\frac{\sqrt{n+1}+\sqrt{n-2}}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n-2}}\right]=$$

$$=\lim_{n\to+\infty}\frac{n+1-(n-2)}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n-2}}=\lim_{n\to+\infty}\frac{\cancel{n}+1-\cancel{n}+2}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n-2}}=\frac{3}{+\infty+\infty}=$$

$$=\frac{3}{+\infty}=0$$

24) $$\lim_{n\to+\infty}\left(\sqrt{n^2+1}-\sqrt{n}\right)=+\infty-\infty$$

$$=\lim_{n\to+\infty}\left(\sqrt{n^2+1}-\sqrt{n}\right)\frac{\sqrt{n^2+1}+\sqrt{n}}{\sqrt{n^2+1}+\sqrt{n}}=$$

$$=\lim_{n\to+\infty}\frac{n^2+1-n}{\sqrt{n^2+1}+\sqrt{n}}=\lim_{n\to+\infty}\frac{n^2\left(1+\frac{1}{n^2}-\frac{1}{n}\right)}{\sqrt{n^2\left(1+\frac{1}{n^2}\right)}+\sqrt{n^2\cdot\frac{1}{n}}}=$$

$$=\lim_{n\to+\infty}\frac{n^2\left(1+\frac{1}{n^2}-\frac{1}{n}\right)}{n\sqrt{1+\frac{1}{n^2}}+n\cdot\frac{1}{\sqrt{n}}}=\lim_{n\to+\infty}\frac{\overset{+\infty}{\cancel{n^2}}\left(1+\overset{0}{\frac{1}{n^2}}-\overset{0}{\frac{1}{n}}\right)}{\cancel{n}\left(\sqrt{1+\underset{0}{\frac{1}{n^2}}}+\underset{0}{\frac{1}{\sqrt{n}}}\right)}=$$

$$=\frac{+\infty}{1}=+\infty$$