4/10/2019

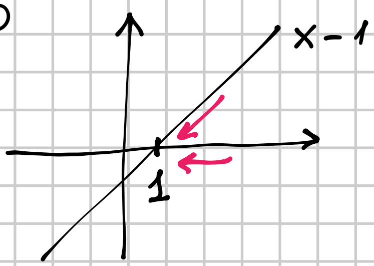
ESEMPIO DI CALCOLO

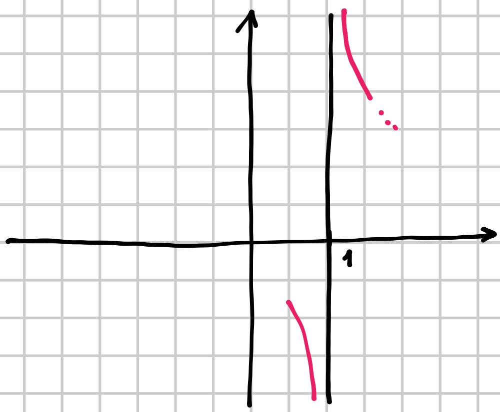
$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2+x-6}{x^2-3x+2} = \frac{1+1-6}{1-3+2} = \frac{-4}{0} = \infty$$

NON SO ANCORA I SEGNI (O IL SEGNO)

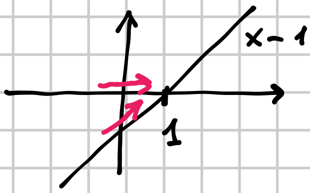
$$\lim_{x\to 1^+} \frac{(x+3)\cancel{(x-2)}}{(x-1)\cancel{(x-2)}} = \frac{1+3}{0^+} = \frac{4}{0^+} = +\infty$$

Se x si avvicina a 1 da destra, $x-1$ si avvicina a 0, ma sempre rimanendo maggiore di 0





$$\lim_{x\to 1^-} \frac{(x+3)\cancel{(x-2)}}{(x-1)\cancel{(x-2)}} = \frac{1+3}{0^-} = \frac{4}{0^-} = -\infty$$

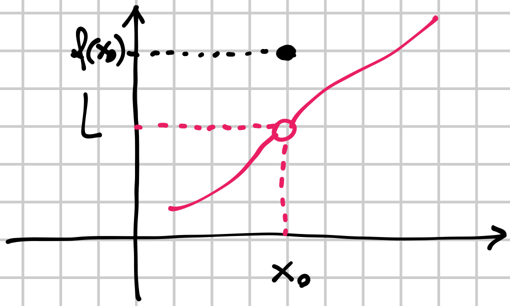


OSSERVAZIONE

0^+ NON è un numero! È un modo per indicare che una quantità tende a 0 mantenendosi sempre positiva ("dall'alto")

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = L \qquad x_0, L \in \mathbb{R}$$

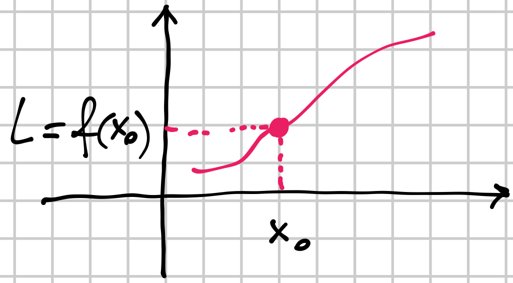
x_0 di accumulazione per il dominio di f (ad es. $f : [a,b] \to \mathbb{R}$)



$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists I(x_0) : \forall x \in I(x_0) - \{x_0\}$$

$$|f(x) - L| < \varepsilon$$

Se $\lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$, allora la funzione si dice <u>CONTINUA IN x_0</u>

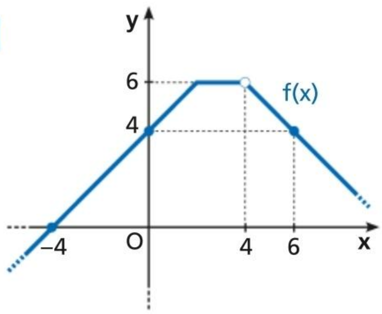


Definizione e significato

▶ Teoria a p. 1351

LEGGI IL GRAFICO Deduci i limiti indicati osservando le figure.

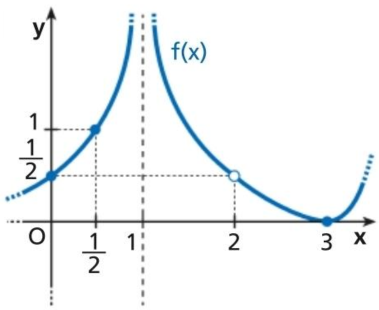
93



$\lim_{x \to -4} f(x)$; $\lim_{x \to 0} f(x)$;

$\lim_{x \to 4} f(x)$; $\lim_{x \to 6} f(x)$.

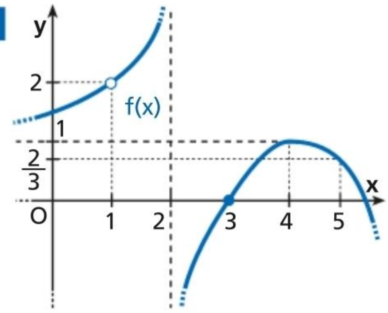
94



$\lim_{x \to 0} f(x)$; $\lim_{x \to 3} f(x)$;

$\lim_{x \to 2} f(x)$; $\lim_{x \to \frac{1}{2}} f(x)$.

95

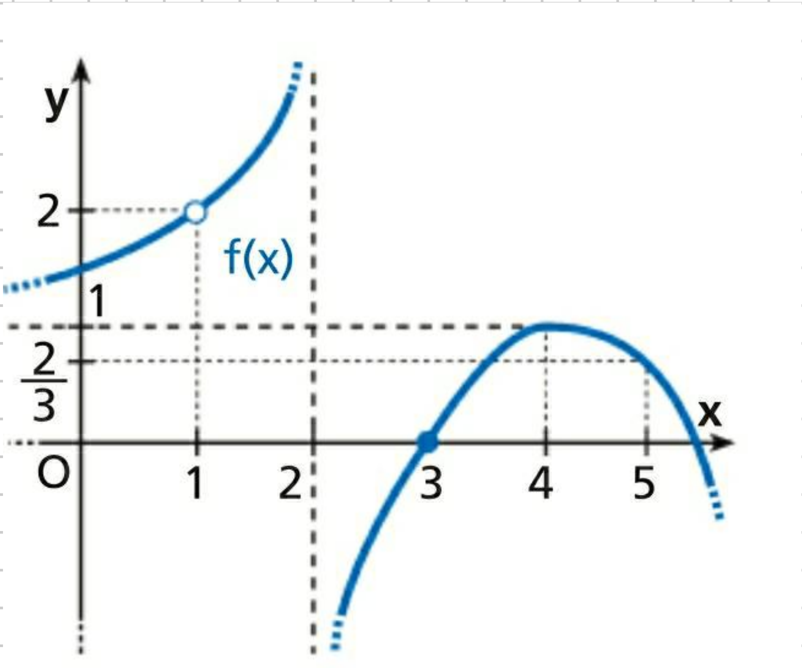


$\lim_{x \to 1} f(x)$; $\lim_{x \to 3} f(x)$;

$\lim_{x \to 4} f(x)$; $\lim_{x \to 5} f(x)$.

$\lim_{x \to -4} f(x) = 0$ $\quad \lim_{x \to 4} f(x) = 6$ | $\lim_{x \to 0} f(x) = \frac{1}{2}$ $\quad \lim_{x \to 3} f(x) = 0$ | $\lim_{x \to 1} f(x) = 2$ $\quad \lim_{x \to 3} f(x) = 0$

$\lim_{x \to 0} f(x) = 4$ $\quad \lim_{x \to 6} f(x) = 4$ | $\lim_{x \to 2} f(x) = \frac{1}{2}$ $\quad \lim_{x \to \frac{1}{2}} f(x) = 1$ | $\lim_{x \to 4} f(x) = 1$ $\quad \lim_{x \to 5} f(x) = \frac{2}{3}$



$$\lim_{x \to 2^+} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \to 2^-} f(x) = +\infty$$

$\lim_{x \to 2} f(x)$ NON ESISTE (secondo impostaz. libro)

$\downarrow$

perché abbiamo considerato

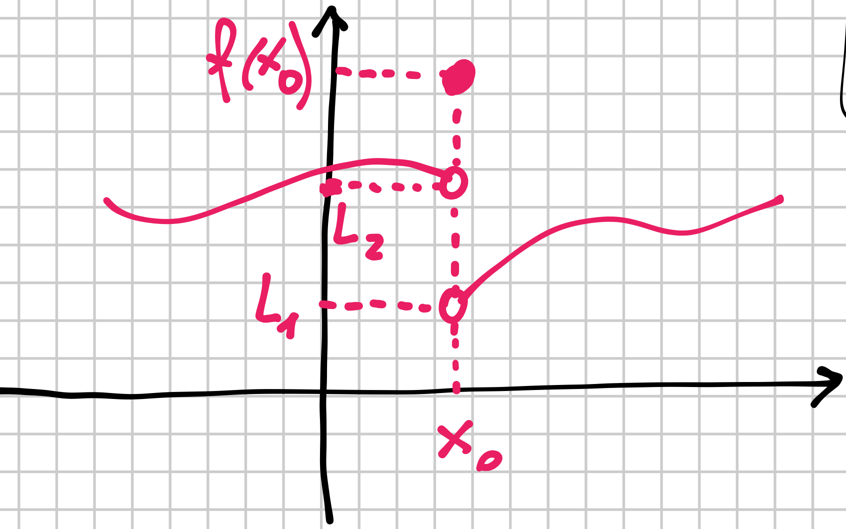
RETTA ESTESA CON 2 PUNTI $\overline{\mathbb{R}} = \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$

Se avessimo esteso la retta con 1 punto $\Rightarrow$ $\tilde{\mathbb{R}} = \mathbb{R} \cup \{\infty\}$

$\Downarrow$

con questa impostazione si può scrivere

$$\lim_{x \to 2} f(x) = \infty$$



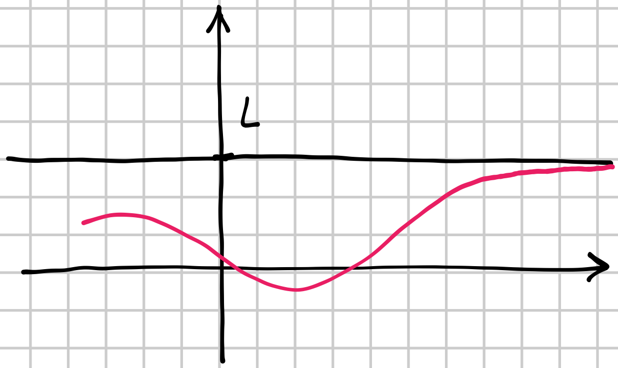
$$\lim_{x \to x_0^+} f(x) = L_1$$

$$\lim_{x \to x_0^-} f(x) = L_2$$

$\lim_{x \to x_0} f(x)$ NON ESISTE perché $L_1 \neq L_2$

$\left.\begin{array}{l} f(x_0) \neq L_1 \\ f(x_0) \neq L_2 \end{array}\right]$ $f(x_0)$ NON ENTRA IN GIOCO

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = L$$



La retta $y=L$ si chiama ASINTOTO ORIZZONTALE (per $x\to+\infty$)

ESEMPIO

$$f:\mathbb{R}-\{0\}\to\mathbb{R}$$

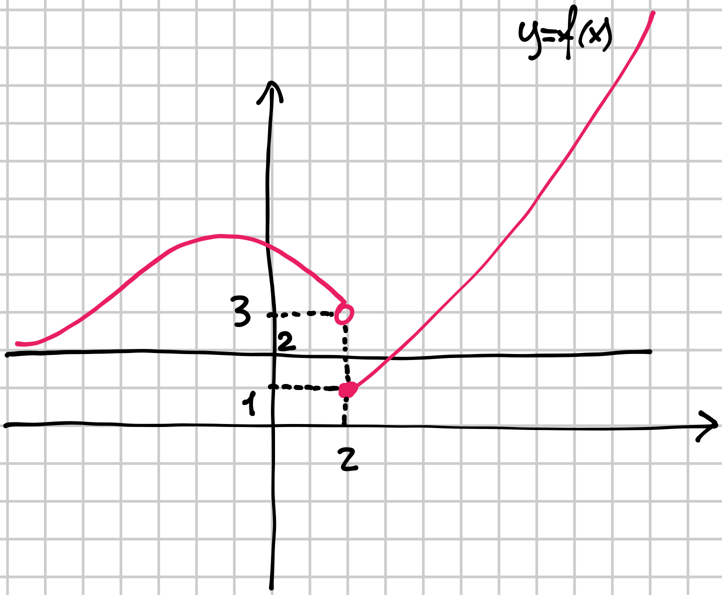
$$f(x)=5+\frac{1}{x}$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 5$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = 5$$

$y=5$ è ASINTOTO ORIZZONTALE per $x\to-\infty$ e anche per $x\to+\infty$

$\lim_{x\to 0} f(x) = \infty$ oppure non ESISTE



$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = 2$$

$$\lim_{x\to 2^-} f(x) = 3$$

$$\lim_{x\to 2^+} f(x) = 1$$

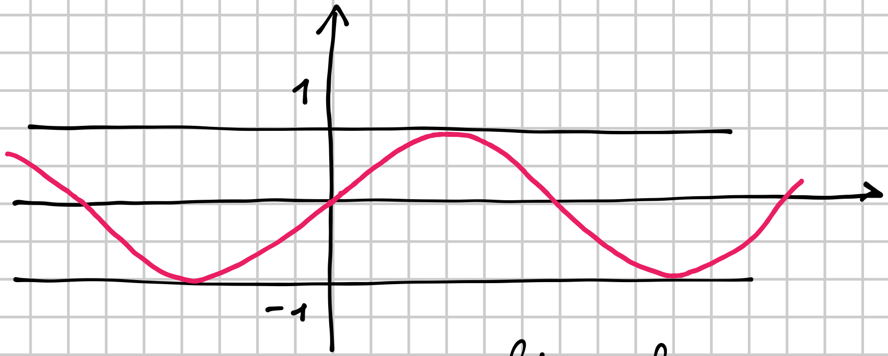
$\lim_{x\to 2} f(x)$ NON ESISTE

$$f(2)=1$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$$

$y=2$ è ASINTOTO ORIZZONTALE per $x\to-\infty$

$f(x) = \sin x \qquad f: \mathbb{R} \to [-1, 1]$

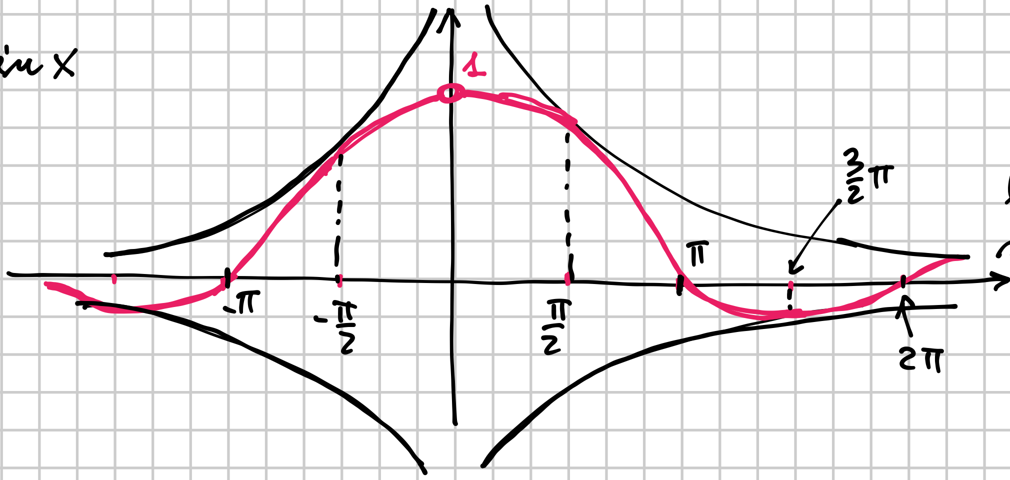


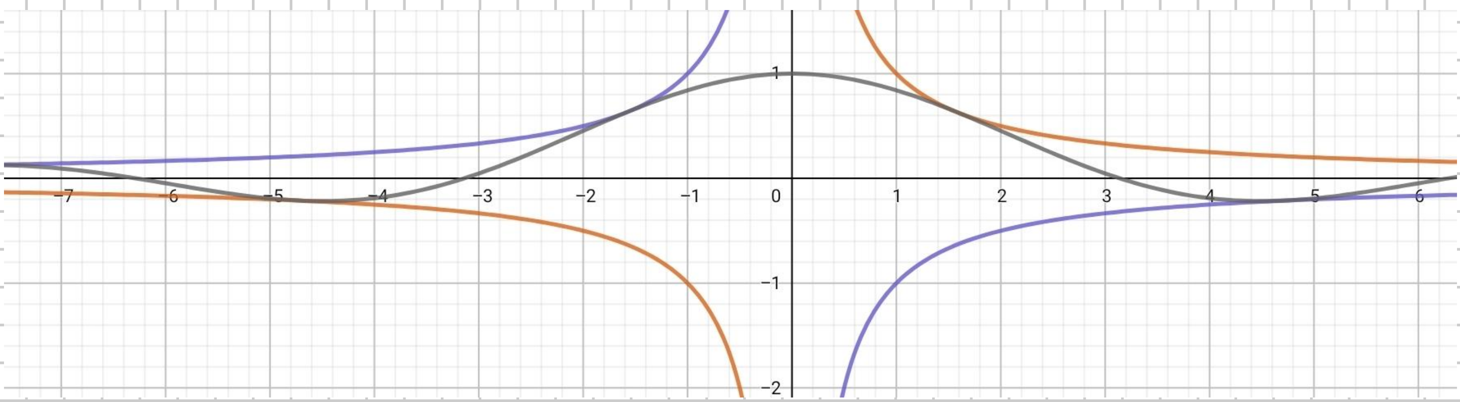
$\lim_{x \to +\infty} f(x)$ NON ESISTE

$\lim_{x \to -\infty} f(x)$ NON ESISTE

Il grafico continua a oscillare tra -1 e 1

$g(x) = \frac{1}{x} \cdot \sin x$





$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{\sin x}{x} = 0$

in $x=0$ $g(x)$ NON È DEFINITA

$\lim_{x \to -\infty} \frac{\sin x}{x} = 0$

$y=0$ è ASINTOTO ORIZZONTALE per $x \to \pm\infty$