16/10/2019

TEOREMA DEI 2 CARABINIERI

f, g, h definite in un intorno I di x_0 (escluso al più x_0)

$\forall x \in I \quad g(x) \leq f(x) \leq h(x)$ e $\lim_{x \to x_0} g(x) = \lim_{x \to x_0} h(x) = L$

$\Rightarrow \exists \lim_{x \to x_0} f(x) = L$

119 $\lim_{x \to +\infty} \frac{\sin x}{x}$ [0]

So che $-1 \leq \sin x \leq 1$

dividendo tutti i membri di questa catena di disuguaglianze per x (positivo poiché $x \to +\infty$, quindi lavoro in un intorno di $+\infty$)

$$-\frac{1}{x} \leq \frac{\sin x}{x} \leq \frac{1}{x}$$ applico il TH. DEI 2 CARABIN.

(per $x \to +\infty$) $-\frac{1}{x} \to 0$, $\frac{1}{x} \to 0$

dunque anche $\frac{\sin x}{x} \xrightarrow[x \to +\infty]{} 0$ $\left(\lim_{x \to +\infty} \frac{\sin x}{x} = 0 \right)$

134 $\lim_{x \to +\infty} (e^x + \cos^2 x)$ $[+\infty]$

$0 \leq \cos^2 x \leq 1$ (aggiungo e^x a tutti i membri)

$\Rightarrow \underbrace{e^x}_{\downarrow \, +\infty} \leq e^x + \cos^2 x$ quindi $\lim_{x \to +\infty} (e^x + \cos^2 x) = \boxed{+\infty}$

171 $\lim_{x \to 0} \underbrace{(1 - \cos 2x)}_{\downarrow \, 0} \underbrace{\frac{x+1}{\sin x}}_{\downarrow \, \infty} = 0 \cdot \infty$ F.I. $[0]$

FORMULA GONIOMETRICA

$$\lim_{x \to 0} (1 - \cos 2x) \frac{x+1}{\sin x} = \lim_{x \to 0} (1 - (1 - 2\sin^2 x)) \frac{x+1}{\sin x} =$$

$$= \lim_{x \to 0} (\cancel{1} - \cancel{1} + 2\sin^2 x) \frac{x+1}{\sin x} =$$

$$= \lim_{x \to 0} 2\sin^{\cancel{2}} x \frac{x+1}{\cancel{\sin x}} = \lim_{x \to 0} 2 \overbrace{\sin x}^{0} \overbrace{(x+1)}^{1} = 0 \cdot 1 = \boxed{0}$$

239 $\lim_{x \to -1} \frac{x^3 - 3x^2 + 4}{x^3 - x^2 - 2x} = \frac{0}{0}$ [3]

$x^3 - 3x^2 + 4$ $(-1) \rightsquigarrow (-1)^3 - 3(-1)^2 + 4 = 0$

$$\begin{array}{r|rrr|r} & 1 & -3 & 0 & 4 \\ -1 & & -1 & 4 & -4 \\ \hline & 1 & -4 & 4 & // \end{array}$$

$$x^3 - 3x^2 + 4 = (x+1)(x^2 - 4x + 4) = (x+1)(x-2)^2$$

$$x^3 - x^2 - 2x = x(x^2 - x - 2) = x(x+1)(x-2)$$

$$\lim_{x \to -1} \frac{\cancel{(x+1)}(x-2)^{\cancel{2}}}{x\cancel{(x+1)}\cancel{(x-2)}} = \frac{-1-2}{-1} = \boxed{3}$$