26/10/2019

EQUIVALENZA DI FUNZIONI PER $x \to x_0$

(Nel seguito supponiamo che g non si annulli in un intorno di x_0, escluso al più x_0)

Si dice che due funzioni f e g sono <u>EQUIVALENTI</u> per $x \to x_0$ e si scrive

$$f \sim g$$

quando

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$$

Ad esempio, per ogni $\alpha > 0$ <u>per $x \to 0$</u>

$$\sin x^\alpha \sim x^\alpha \qquad e^{x^\alpha} - 1 \sim x^\alpha \qquad \ln(1 + x^\alpha) \sim x^\alpha$$

dai risultati sui limiti notevoli

TEOREMA 1

Siano f e g due funzioni tali che $f \sim g$ per $x \to x_0$ e si supponga che $\lim_{x \to x_0} f(x) = L$ (finito o no).
Allora anche g ha limite L per $x \to x_0$

TEOREMA 2

Se $f \sim f_1$ e $g \sim g_1$ per $x \to x_0$, allora

$$f \cdot g \sim f_1 \cdot g_1 \qquad e \qquad \frac{f}{g} \sim \frac{f_1}{g_1} \qquad \text{per } x \to x_0$$

ESEMPIO

Calcoliamo
$$\lim_{x\to 0} \frac{\left(e^{2x^2}-1\right)\sin x^2}{5x\ln(x^3+1)}$$

$$\frac{\left(e^{2x^2}-1\right)\sin x^2}{5x\ln(x^3+1)} \sim \frac{2x^2\cdot x^2}{5x\cdot x^3} = \frac{2\cancel{x^4}}{5\cancel{x^4}} = \frac{2}{5} \quad \text{per } x\to 0$$

quindi $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\left(e^{2x^2}-1\right)\sin x^2}{5x\ln(x^3+1)} = \frac{2}{5}$

636 $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{(e^x-1)\sin 3x}{\ln^2(1-x)} = \frac{0}{0}$ F.I.

$x\to 0$

$$\frac{(e^x-1)\sin 3x}{\ln^2(1-x)} \sim \frac{x\cdot 3x}{(-x)\cdot(-x)} = \frac{3x^2}{x^2} = 3$$

$\ln(1-x)\cdot\ln(1-x)$

quindi $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{(e^x-1)\sin 3x}{\ln^2(1-x)} = 3$