31/10/2019 DETERMINARE L'ORDINE DI INFINITESIMO

625 $f(x) = \dfrac{1}{x+3}$, per $x \to \infty$. [1]

$$\lim_{x \to \infty} \frac{\frac{1}{x+3}}{\frac{1}{|x|^\alpha}} = \lim_{x \to \infty} \frac{|x|^\alpha}{x+3} = L \neq 0 \iff \alpha = 1$$

626 $f(x) = \tan x$, per $x \to 0$. [1]

$$\lim_{x \to 0} \frac{\tan x}{|x|^\alpha} = L \neq 0 \iff \alpha = 1$$

629 $f(x) = \sin x (e^{2x} - 1)$, per $x \to 0$. [2]

$$\sin x \left(e^{2x} - 1\right) \sim x \cdot 2x = 2x^2 \quad \text{per } x \to 0 \qquad \boxed{\alpha = 2}$$

630 $f(x) = 1 - 4x^2,$ per $x \to \frac{1}{2}$. [1]

$$\lim_{x \to \frac{1}{2}} \frac{1-4x^2}{\left|x-\frac{1}{2}\right|^{\alpha}} = ?$$

$x \to \frac{1}{2}^{+}$

$$\frac{1-4x^2}{\left|x-\frac{1}{2}\right|^{\alpha}} = \frac{1-4x^2}{\left(x-\frac{1}{2}\right)^{\alpha}} = \frac{-(2x-1)(2x+1)}{\left[\frac{1}{2}(2x-1)\right]^{\alpha}} =$$

$$= \frac{-\cancel{(2x-1)}(2x+1)}{\left(\frac{1}{2}\right)^{\alpha}(2x-1)^{\cancel{\alpha}\ \alpha-1}} = \frac{-(2x+1)}{(2x-1)^{\alpha-1}} = L \neq 0$$

$$\Updownarrow$$

$$\alpha - 1 = 0$$

$$\boxed{\alpha = 1}$$

Se fosse $\alpha - 1 \neq 0$
il limite sarebbe
o 0 (se $0 < \alpha < 1$)
oppure ∞ (se $\alpha > 1$)

Stesso ragionamento per $x \to \frac{1}{2}^{-}$

<u>METODO ALTERNATIVO</u>

$$1-4x^2 = (1-2x)(1+2x) \sim (1-2x)\cdot 2 \quad \text{per } x \to \frac{1}{2}$$

ha chiaramente ordine $\alpha = 1$

DET. L'ORDINE DI INFINITO

658 $f(x) = \dfrac{1}{x^3 - 4x}$, per $x \to 2$. [1]

$$\frac{1}{x^3-4x} = \frac{1}{x(x^2-4)} = \frac{1}{x(x-2)(x+2)}$$

per $x \to 2^+$

$$\lim_{x\to 2^+} \frac{\frac{1}{x(x-2)(x+2)}}{\frac{1}{|x-2|^\alpha}} = \lim_{x\to 2^+} \frac{(x-2)^{\cancel{\alpha}\ \alpha-1}}{x\cancel{(x-2)}(x+2)} = L \neq 0$$

$$\Updownarrow$$

$$\alpha - 1 = 0$$

$$\boxed{\alpha = 1}$$

Se fosse $\alpha \neq 1$ il limite sarebbe 0 (se $\alpha > 1$) oppure ∞ (se $0 < \alpha < 1$)

Stesso ragionamento per $x \to 2^-$

<u>METODO ALTERNATIVO</u>

$$\frac{1}{x^3-4x} = \frac{1}{x(x-2)(x+2)} \sim \frac{1}{2(x-2)\cdot 4} = \frac{1}{8(x-2)} \quad \text{per } x \to 2$$

questa ha chiaramente ordine di infinito $\alpha = 1$

687 $\displaystyle \lim_{x\to+\infty}\frac{\ln^2 x + x^2}{e^{2x}} = \frac{\infty}{\infty}$

e^{2x} è infinito di ordine superiore a qualsiasi potenza di x e $\ln^2 x$ è infinito di ordine inferiore a qualsiasi potenza di x

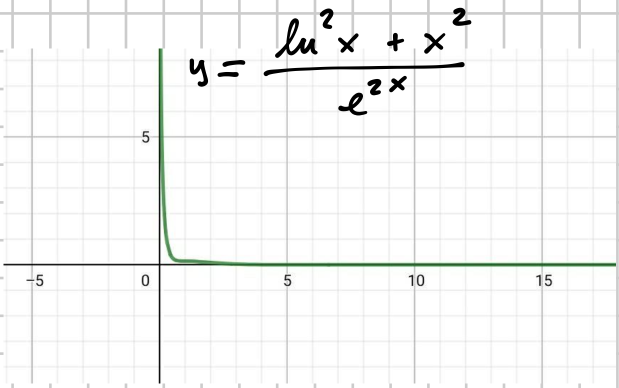
$\ln^2 x + x^2 \sim x^2$ per $x\to+\infty$

perché $\displaystyle \frac{\ln^2 x + x^2}{x^2} = \underbrace{\frac{\ln^2 x}{x^2}}_{\downarrow\, 0} + 1 \longrightarrow 1$ per $x\to+\infty$

dunque $\displaystyle \frac{\ln^2 x + x^2}{e^{2x}} \sim \frac{x^2}{e^{2x}} \longrightarrow 0$ per $x\to+\infty$

In conclusione

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln^2 x + x^2}{e^{2x}} = 0$$



689 ●●

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{e^{2x}}{x^3-\ln x+1}$$

$$x^3-\ln x+1 \sim x^3 \quad \text{per } x\to+\infty$$

infatti
$$\frac{x^3-\ln x+1}{x^3} = 1-\underbrace{\frac{\ln x}{x^3}}_{\downarrow\, 0}+\underbrace{\frac{1}{x^3}}_{\downarrow\, 0} \to 1 \quad \text{per } x\to+\infty$$

dunque
$$\frac{e^{2x}}{x^3-\ln x+1} \sim \frac{e^{2x}}{x^3} \to +\infty$$

per $x\to+\infty$
perché e^{2x}
è infinito di
ordine superiore
a ogni potenza di x
(per $x\to+\infty$)

quindi

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{e^{2x}}{x^3-\ln x+1} = +\infty$$

DETERMINARE L'ORDINE DI INFINITO

659 $f(x) = \dfrac{1}{\sin^2 2x}$, per $x \to 0$. [2]

$$\lim_{x \to 0} \frac{\frac{1}{\sin^2 2x}}{\frac{1}{|x|^\alpha}} = L \neq 0 \quad \text{per} \quad \alpha = ?$$

$\sin 2x \sim 2x$ per $x \to 0$

$$\frac{1}{\sin^2 2x} = \frac{1}{(\sin 2x)(\sin 2x)} \sim \frac{1}{2x \cdot 2x} = \frac{1}{4x^2} \quad \text{per } x \to 0$$

$\downarrow$

si vede che l'ordine di infinito è $\boxed{\alpha = 2}$