14/11/2019

960 $y = \dfrac{1-x^4}{8x^3-1}$

Trovare gli asintoti

$$f(x) = \frac{1-x^4}{8x^3-1} = -\frac{x^4-1}{8x^3-1} = -\frac{(x^2-1)(x^2+1)}{(2x-1)\underbrace{(4x^2+2x+1)}_{\Delta<0}}$$

$$A^3 - B^3 = (A-B)(A^2+AB+B^2)$$
$$A^3 + B^3 = (A+B)(A^2-AB+B^2)$$

DOMINIO $\Rightarrow x \neq \frac{1}{2}$

$$D = \left(-\infty, \tfrac{1}{2}\right) \cup \left(\tfrac{1}{2}, +\infty\right)$$

Devo controllare che $\lim_{x\to\frac{1}{2}} f(x) = \infty$

$$\lim_{x\to\frac{1}{2}} \frac{1-x^4}{8x^3-1} = \lim_{x\to\frac{1}{2}} -\frac{(x^2-1)(x^2+1)}{\underbrace{(2x-1)}_{\downarrow\, 0}\underbrace{(4x^2+2x+1)}_{\downarrow\, 1}} = \infty \Rightarrow x = \frac{1}{2} \text{ è}$$

ASINTOTO VERTICALE

$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \infty$ quindi è possibile che ci sia ASINTOTO OBLIQUO

$$m = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{1-x^4}{8x^3-1}}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{1-x^4}{8x^4-x} = -\frac{1}{8}$$

$$q = \lim_{x\to\infty} [f(x) - mx] = \lim_{x\to\infty} \left[\frac{1-x^4}{8x^3-1} + \frac{1}{8}x\right] =$$

$$= \lim_{x\to\infty} \left[\frac{8 - \cancel{8x^4} + \cancel{8x^4} - x}{8(8x^3-1)}\right] = 0$$

$$\boxed{y = -\frac{1}{8}x}$$

ASINTOTO OBLIQUO per $x \to \pm\infty$

961 $y = \dfrac{x^3 - 2x}{2x^2 - 4x}$ $\left[x = 2,\ y = \dfrac{1}{2}x + 1\right]$

$$f(x) = \frac{\cancel{x}(x^2 - 2)}{2\cancel{x}(x-2)} = \frac{x^2 - 2}{2(x-2)}$$

$D = (-\infty, 0) \cup (0, 2) \cup (2, +\infty)$

$x \neq 0 \wedge x \neq 2$

$x = 2$ è l'unico asintoto verticale

perché $\lim_{x \to 2} f(x) = \infty$

Siccome $\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$ cerchiamo asintoti obliqui

$$m = \lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to \infty} \frac{x^3 - 2x}{2x^3 - 4x^2} = \frac{1}{2}$$

$$q = \lim_{x \to \infty} \left[f(x) - \frac{1}{2}x\right] = \lim_{x \to \infty} \left[\frac{x^3 - 2x}{2x^2 - 4x} - \frac{1}{2}x\right] =$$

$$= \lim_{x \to \infty} \frac{x^3 - 2x - x(x^2 - 2x)}{2(x^2 - 2x)} = \lim_{x \to \infty} \frac{\cancel{x^3} - 2x - \cancel{x^3} + 2x^2}{2x^2 - 4x} = 1$$

$\boxed{y = \frac{1}{2}x + 1}$ AS. OBLIQUO per $x \to \pm\infty$