15/11/2019

OSSERVAZIONE SUGLI ASINTOTI OBLIQUI

961 $y = \dfrac{x^3 - 2x}{2x^2 - 4x}$ ← RAPPORTO DI DUE POLINOMI $\dfrac{P(x)}{Q(x)}$ con $P(x)$ di grado maggiore di 1 rispetto a $Q(x)$

ESEGUO LA DIVISIONE FRA I POLINOMI $P(x)$ E $Q(x)$ ⟹ TROVO IL QUOZIENTE $A(x)$ E IL RESTO $R(x)$ → ha grado minore di $Q(x)$

$$\underbrace{P(x)}_{\text{DIVIDENDO}} = \underbrace{A(x)}_{\text{QUOZIENTE}} \cdot \underbrace{Q(x)}_{\text{DIVISORE}} + \underbrace{R(x)}_{\text{RESTO}}$$

$$\boxed{\frac{P(x)}{Q(x)} = A(x) + \frac{R(x)}{Q(x)}}$$

$$\frac{x^3 - 2x}{2x^2 - 4x} = \underbrace{\boxed{\frac{1}{2}x + 1}}_{\text{ASINTOTO OBLIQUO}} + \underbrace{\frac{2x}{2x^2 - 4x}}_{\text{DIFFERENZA}}$$

DIFFERENZA $f(x) - (mx + q)$ CHE TENDE A 0

$x^3 \qquad -2x$	$2x^2 - 4x$
$-x^3 + 2x^2$	$\frac{1}{2}x + 1$
$// \quad 2x^2 - 2x$	QUOZIENTE $A(x)$
$-2x^2 + 4x$	
$// \quad 2x$	

RESTO $R(x)$ = $2x$

1024 $y = \dfrac{x^3+1}{x^2+6x}$

STUDIARE IL GRAFICO DI QUESTA FUNZIONE

1) DOMINIO $x^2+6x \neq 0$ risolvo $x^2+6x=0$

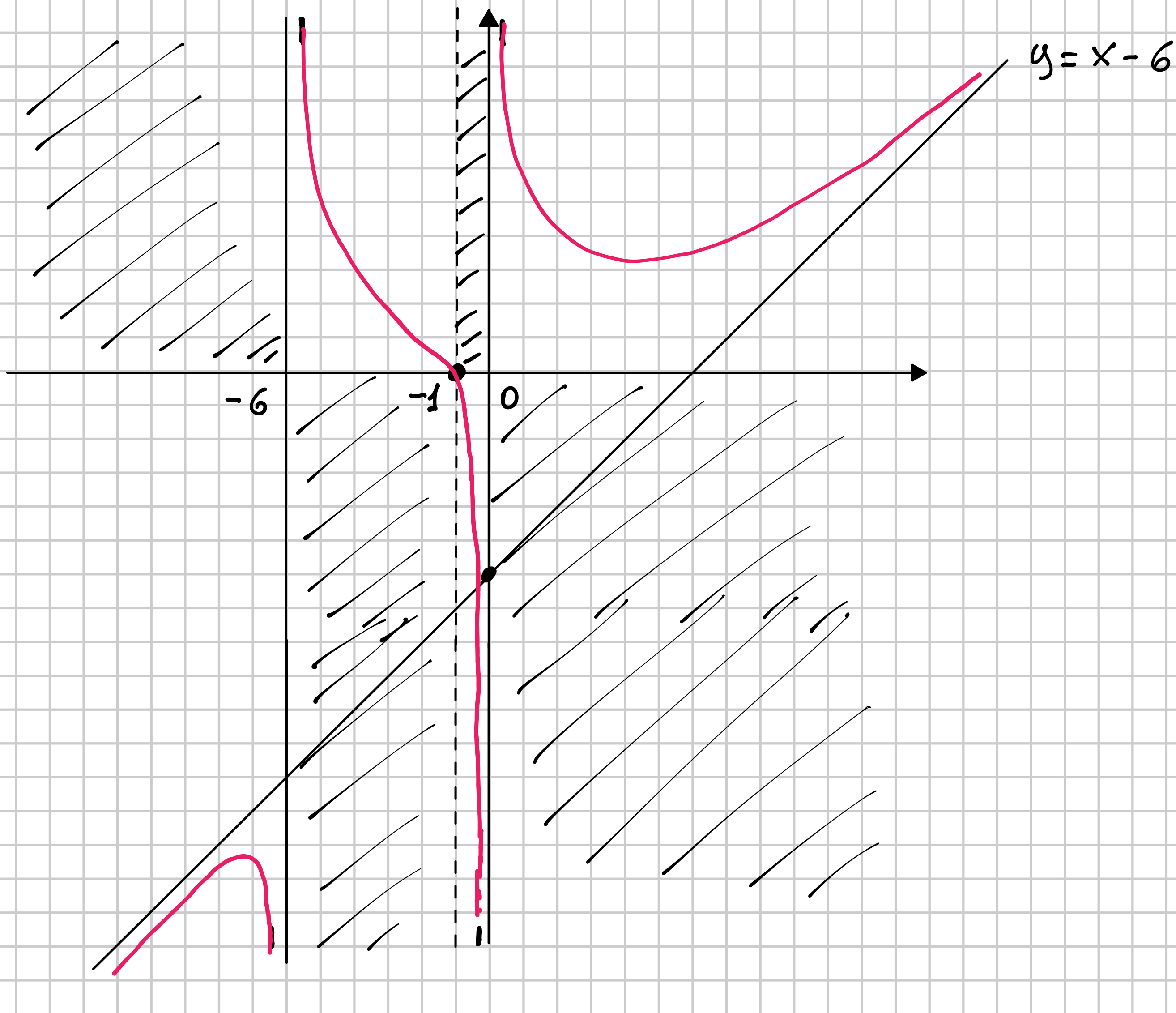
$x(x+6)=0$ $\quad x=0 \vee x=-6$

$D = (-\infty, -6) \cup (-6, 0) \cup (0, +\infty)$

2) EVENTUALI SIMMETRIE (PARI - DISPARI)

Non ci sono perché il dominio non è simmetrico rispetto a 0 (né pari, né dispari)

3) PREPARO IL GRAFICO



4) INTERSEZIONI CON GLI ASSI

a) INT. ASSE y NON C'È PERCHÉ $x=0$ È ESCLUSO DAL DOMINIO

b) INT. ASSE x
$$\begin{cases} y=0 \\ y=\dfrac{x^3+1}{x^2+6x} \end{cases} \Rightarrow \frac{x^3+1}{x^2+6x}=0 \Rightarrow x^3+1=0$$
$$\Rightarrow x=-1$$

5) SEGNO

$$\frac{\boxed{x^3+1}^{\,N}}{\underbrace{x^2+6x}_{\boxed{D}}}>0$$

$N>0 \quad x^3+1>0 \quad x^3>-1 \quad x>-1$

$D>0 \quad x^2+6x>0 \quad x(x+6)>0 \quad x<-6 \vee x>0$

		-6		-1		0	
N	$-$		$-$	0	$+$		$+$
D	$+$	$\times$	$-$		$-$	$\times$	$+$
$\frac{N}{D}$	$-$	$\times$	$+$	0	$-$	$\times$	$+$

6) LIMITI AGLI ESTREMI DEL DOMINIO

$$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^3+1}{x^2+6x}=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^3}{x^2}=\lim_{x\to\pm\infty}x=\pm\infty$$

$$\lim_{x\to-6^-}\frac{x^3+1}{x^2+6x}=\lim_{x\to-6^-}\frac{x^3+1}{x(x+6)}=\frac{(-6)^3+1}{-6\cdot0^-}=\frac{\overset{m<0}{m}}{0^+}=-\infty$$

$$\lim_{x\to-6^+}\frac{x^3+1}{x^2+6x}=\frac{\overset{m<0}{m}}{0^-}=+\infty$$

$$\lim_{x\to0^-}\frac{x^3+1}{x^2+6x}=\lim_{x\to0^-}\frac{x^3+1}{x(x+6)}=\frac{1}{0^-\cdot6}=\frac{1}{0^-}=-\infty$$

$$\lim_{x\to0^+}\frac{x^3+1}{x^2+6x}=\frac{1}{0^+}=+\infty$$

7) RICERCA ASINTOTI

$$m = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{x^3+1}{x^2+6x}}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^3+1}{x^3+6x^2} = 1$$

$$q = \lim_{x\to\infty} \left[f(x) - mx\right] = \lim_{x\to\infty} \left[\frac{x^3+1}{x^2+6x} - x\right] =$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\cancel{x^3}+1-\cancel{x^3}-6x^2}{x^2+6x} = \lim_{x\to\infty} \frac{1-6x^2}{x^2+6x} = -6$$

$y = x - 6$ è ASINTOTO OBLIQUO per $x \to \pm\infty$