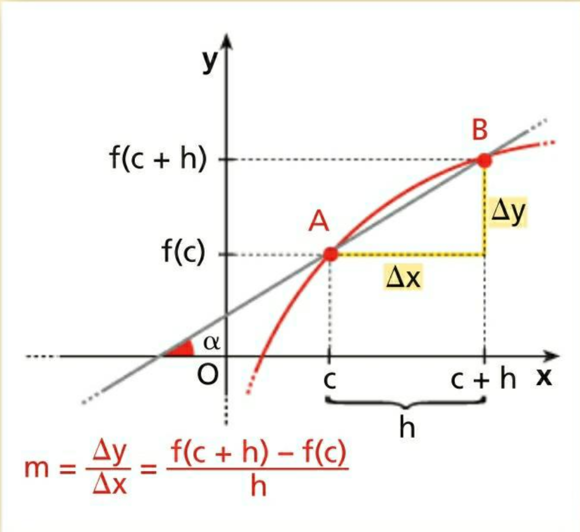
19/11/2019

DERIVATA IN UN PUNTO

DEFINIZIONE

Dati una funzione $y = f(x)$, definita in un intervallo $[a; b]$, e due numeri reali c e $c+h$ (con $h \neq 0$) interni all'intervallo, il **rapporto incrementale** di f nel punto c (o relativo a c) è il numero:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(c+h) - f(c)}{h}.$$



$$\underbrace{\Delta x = h}_{\neq 0}$$

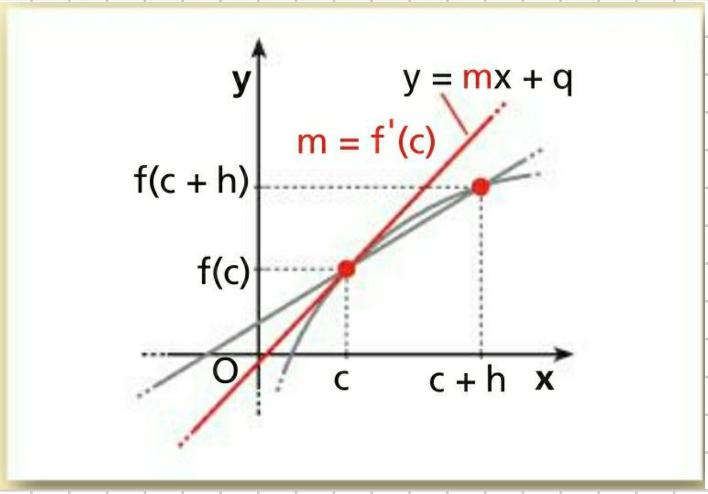
$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(c+\Delta x) - f(c)}{\Delta x}$$

RAPPORTO INCREMENTALE (RELATIVO A c E ALL'INCREMENTO Δx)

COEFFICIENTE ANGOLARE DELLA SECANTE (È ANCHE UGUALE ALLA TANGENTE DI α)

DERIVATA DI f NEL PUNTO c

$f: I \to \mathbb{R}$ $\quad I$ intervallo, $c \in I$



Per trovare il coefficiente angolare della retta tangente si fa il limite per $\Delta x \to 0$ del rapporto incrementale. Questo limite, quando esiste finito o $+\infty$ o $-\infty$, si chiama **DERIVATA** di f in c e si denota con $f'(c)$

$$f'(c) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(c+\Delta x) - f(c)}{\Delta x}$$

Una funzione $f: I \to \mathbb{R}$ (I intervallo e $c \in I$) si dice <u>DERIVABILE in c</u> se $f'(c)$ esiste FINITA

- Se g è tale che $g'(c) = +\infty$, g NON È DERIVABILE in c, anche se la derivata esiste e vale $+\infty$!!

<u>CALCOLARE LA DERIVATA DI f NEL PUNTO ASSEGNATO</u>

38 $f(x) = \dfrac{x-1}{2-x}$, $c = 1$. [1]

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(c+\Delta x) - f(c)}{\Delta x}$$

$$f(c) = f(1) = \frac{1-1}{2-1} = 0$$

$$f(c+\Delta x) = f(1+\Delta x) = \frac{\cancel{1} + \Delta x - \cancel{1}}{2-(1+\Delta x)} = \frac{\Delta x}{2-1-\Delta x} = \frac{\Delta x}{1-\Delta x}$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(1+\Delta x) - f(1)}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\frac{\Delta x}{1-\Delta x}}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\cancel{\Delta x}}{1-\Delta x} \cdot \frac{1}{\cancel{\Delta x}} = 1 = f'(1)$$

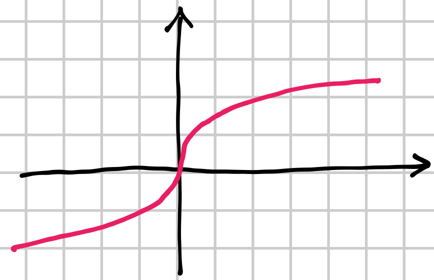
Per trovare la retta tangente $\boxed{y - f(c) = f'(c)(x-c)}$

RETTA TANGENTE

Nel nostro caso $\Rightarrow$ $y = x - 1$

ESEMPIO $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $f(x) = \sqrt[3]{x}$

Calcoliamo la derivata di f in 0



$f(0) = 0$

$f(0+h) = \sqrt[3]{0+h} = \sqrt[3]{h}$

$$f'(0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{\sqrt[3]{h}}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{\sqrt[3]{h}}{h} \cdot \frac{\sqrt[3]{h^2}}{\sqrt[3]{h^2}} =$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{\cancel{h}}{\cancel{h}\sqrt[3]{h^2}} = \lim_{h \to 0} \frac{1}{\sqrt[3]{h^2}} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

In 0 la derivata esiste e vale $+\infty$. La tangente è verticale e attraversa la curva. 0 è un PUNTO DI NON DERIVABILITÀ che si chiama FLESSO A TANGENTE VERTICALE

(in generale si ha quando $f'(c) = +\infty$ o $f'(c) = -\infty$)