ESERCIZIO

Dimostra, utilizzando il teorema degli zeri, che l'equazione

$$x^4 + x^3 - 4x^2 - 5x - 5 = 0$$

ha almeno una soluzione nell'intervallo $[2,3]$.

SVOLGIMENTO

Considero $f:[2,3] \to \mathbb{R}$ $\quad f(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 - 5x - 5$

è continua

$$f(2) = 2^4 + 2^3 - 4\cdot 2^2 - 5\cdot 2 - 5 = \cancel{16} + 8 - \cancel{16} - 10 - 5 = -7 < 0$$

$$f(3) = 3^4 + 3^3 - 4\cdot 3^2 - 5\cdot 3 - 5 = 81 + 27 - 36 - 15 - 5 = 52 > 0$$

Applicando il teorema degli zeri, esiste almeno una soluzione dell'equazione $f(x) = 0$ con $x \in [2,3]$

VERO O FALSO?

a) Se f è una funzione continua in un insieme $D \subset \mathbb{R}$, allora f ammette massimo e minimo assoluti in D

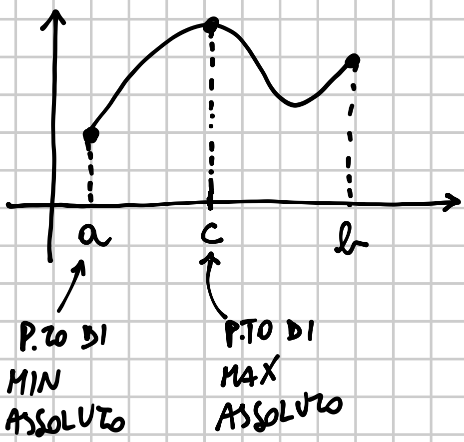
FALSO

b) Se f è una funzione continua nell'insieme $[0,2] \cup [3,4]$, allora f ammette max e min assoluti in questo insieme.

VERO

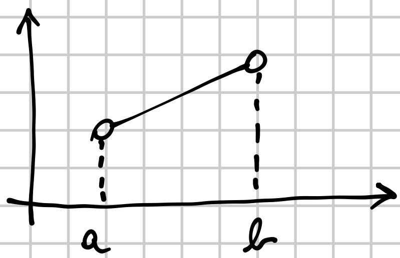
Rispondere tenendo presente il teorema di Weierstrass.

PREMESSA: Il teorema di Weierstrass afferma l'esistenza di (almeno) un punto di max e un punto di min di una funzione f continua definita in un INTERVALLO CHIUSO E LIMITATO $[a, b]$



a) FALSO Se $D = (a, b)$, la tesi del teorema può non essere valida

CONTROESEMPIO



$f : (a, b) \to \mathbb{R}$
continua

f NON ha né punti di max né punti di min

b) VERO $D = [0, 2] \cup [3, 4]$

Infatti $f|_{[0,2]}$ è continua e ha un p.to di max assoluto e un punto di min assoluto x_1, x_2

$f|_{[3,4]}$, per lo stesso motivo, ha un p.to di max e un p.to di min assoluti x_3, x_4

I punti $x_{max} = \max\{x_1, x_3\}$ e $x_{min} = \min\{x_2, x_4\}$ sono p.ti di max e min (assoluti) per f.