10/1/2020

TH. ROLLE

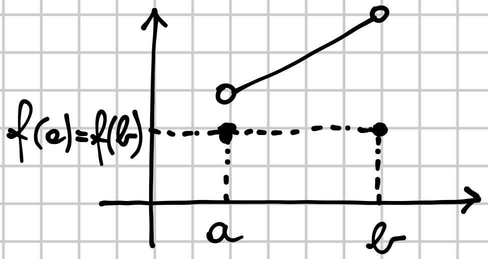
$f: [a,b] \to \mathbb{R}$

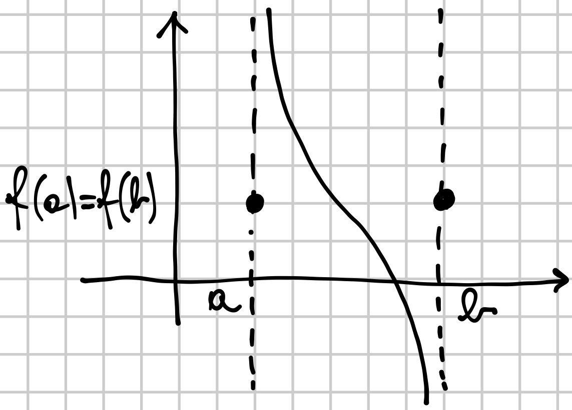
1) f continua in $[a,b]$
2) f derivabile in (a,b)
3) $f(a) = f(b)$

$\Longrightarrow \exists c \in (a,b) : f'(c) = 0$

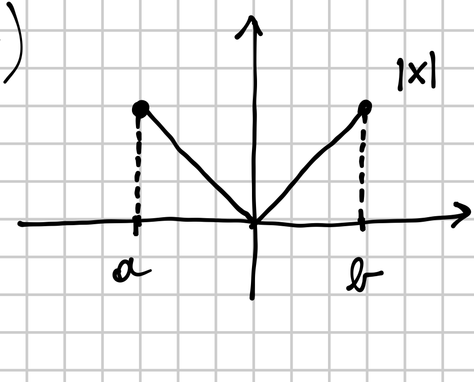
Facciamo cadere una alla volta le ipotesi 1), 2), 3) e vediamo che il teorema non vale più.

NON VALGA 1), cioè f <u>NON</u> continua in $[a,b]$, ma essendo derivabile in (a,b), significa f <u>NON</u> continua in a e b.

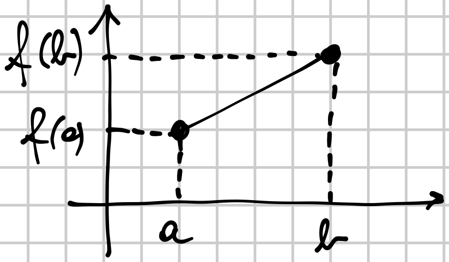




NON VALGA 2) f NON DERIVABILE in (a,b)



NON VALGA 3), cioè $f(a) \neq f(b)$



Vedere che le ipotesi del TH. LAGRANGE sono soddisfatte e trovare C

51 $f(x) = \sqrt{x} - x, \qquad [0; 4].$

f è derivabile in $(0,4)$

f è continua in $[0,4]$

Cerco $c \in (0,4)$ tale che $\dfrac{f(4) - f(0)}{4-0} = f'(c)$

$f(4) = 2-4 = -2$

$f(0) = 0$

$f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}} - 1$

$$\frac{-2-0}{4-0} = \frac{1}{2\sqrt{c}} - 1$$

$$-\frac{1}{2} = \frac{1}{2\sqrt{c}} - 1$$

$$\frac{1}{2\sqrt{c}} = 1 - \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{\cancel{2}\sqrt{c}} = \frac{1}{\cancel{2}} \Rightarrow \boxed{c = 1}$$

58 $f(x) = 2e^x + x, \qquad [0; 1].$

f derivabile in $(0,1)$

f continua in $[0,1]$

$f'(x) = 2e^x + 1$

$f(0) = 2$

$f(1) = 2e + 1$

$$\frac{f(1) - f(0)}{1 - 0} = 2e + 1 - 2 = 2e - 1$$

$$2e - 1 = \underbrace{2e^c + 1}_{f'(c)}$$

$$2e^c = 2e - 2$$

$$e^c = e - 1$$

$$\boxed{c = \ln(e - 1)}$$

Verifica che le ipotesi di LAGRANGE non sono soddisfatte

65 $f(x) = |x| + 7x^2 - x, \qquad [-2; 4].$

f è continua in $[-2, 4]$ perché somma e composizione di funzioni continue ....

f è derivabile in $(-2, 4)$? Devo controllare cosa succede nei punti in cui si annulla il modulo, cioè in $x = 0$

"Lontano da 0", cioè $\forall x \in (-2,0) \cup (0,4)$ la derivata della funzione è

$$f'(x) = \text{sign}(x) + 14x - 1$$

In 0 valuto la derivata destra e la derivata sinistra usando il teorema del limite della derivata

$$\lim_{x \to 0^+} \left(\text{sign}(x) + 14x - 1 \right) = 1 + 14 \cdot 0 - 1 = 0 = f'_+(0)$$

$$\neq$$

$$\lim_{x \to 0^-} \left(\text{sign}(x) + 14x - 1 \right) = -1 + 14 \cdot 0 - 1 = -2 = f'_-(0)$$

quindi f <u>non</u> è derivabile in 0