23/1/2020

71 $y = x^3 e^x$ $[x = 0 \text{ fl. orizz.}; \ x = -3 \text{ min}]$

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continua e derivabile in $\mathbb{R}$

$f(x) = x^3 e^x$ $\qquad f'(x) = 3x^2 e^x + x^3 e^x =$

$= x^2 e^x (3 + x)$

ZERI DELLA DERIVATA

$f'(x) = 0 \qquad x^2 (x+3) e^x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \\ x+3 = 0 \Rightarrow x = -3 \end{cases}$

SEGNO DELLA DERIVATA

$f'(x) > 0 \qquad x^2 (x+3) \cancel{e^x} > 0$

$\boxed{1} \quad \boxed{2}$
$x^2 (x+3) > 0$

$x^2 > 0 \quad \forall x \neq 0$

$x + 3 > 0 \quad x > -3$

		-3		0	
$\boxed{1}$ x^2	$+$		$+$	0	$+$
$\boxed{2}$ $x+3$	$-$	0	$+$		$+$
	$-$	0	$+$	0	$+$
	↘		↗		↗

MIN $\qquad$ FLESSO A TANG. ORIZZ.

$x = -3$ P.TO DI MINIMO

$x = 0$ FLESSO A TANG. ORIZZONTALE

97 $y = |x^2 - x| + 3$ $\qquad f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

Devo controllare nei punti in cui il modulo si annulla la derivabilità

$$f(x) = |x(x-1)| + 3$$

SI ANNULLA IN 0 E IN 1

$$f'(x) = \text{sign}(x^2 - x) \cdot (2x - 1) \qquad \forall x \in (-\infty, 0) \cup (0,1) \cup (1, +\infty)$$

In 0 e 1 ?

Devo innanzitutto valutare $\text{sign}(x^2 - x)$

$x^2 - x > 0 \qquad x(x-1) > 0 \qquad x < 0 \;\vee\; x > 1$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x - 1 & x < 0 \;\vee\; x > 1 \\ 1 - 2x & 0 < x < 1 \end{cases}$$

$f'_+(0) = 1 \quad f'_-(0) = -1 \qquad\qquad f'_+(1) = 1 \quad f'_-(1) = -1$

0 è p.to angoloso $\qquad\qquad$ 1 è p.to angoloso

La derivata si annulla in $x = \frac{1}{2}$

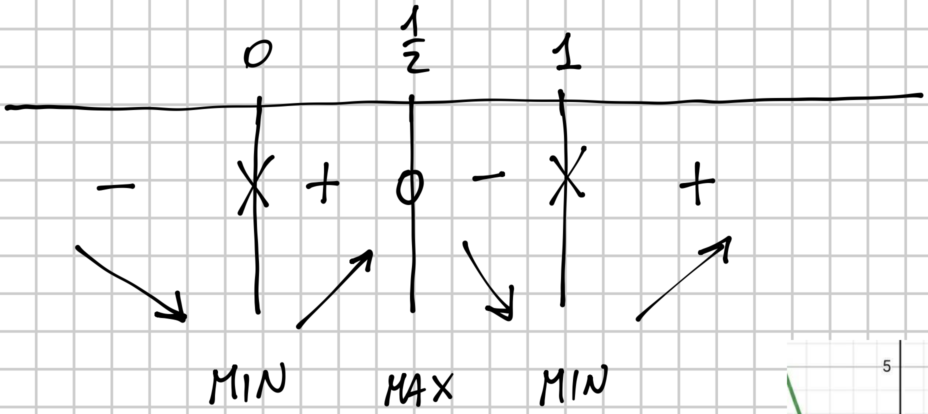
CANDIDATI MAX E MIN $\quad 0, \frac{1}{2}, 1$

Adesso bisogna studiare il segno della derivata

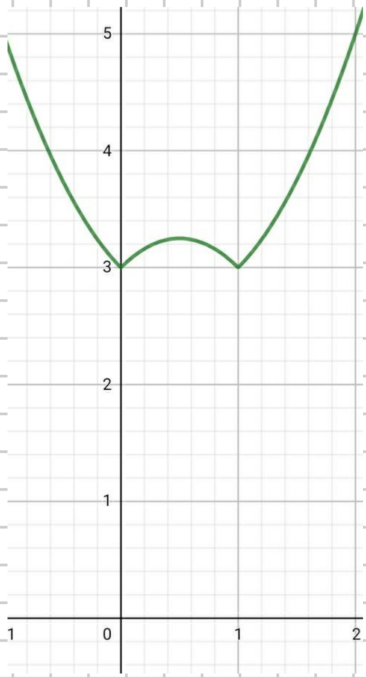
$$f'(x) = \begin{cases} 2x-1 & x<0 \lor x>1 \quad (1) \\ 1-2x & 0<x<1 \quad (2) \end{cases}$$

$f'(x)>0$ (1) $2x-1>0 \Rightarrow \begin{cases} x>\frac{1}{2} \\ x<0 \lor x>1 \end{cases} \Rightarrow x>1$

(2) $1-2x>0 \Rightarrow \begin{cases} x<\frac{1}{2} \\ 0<x<1 \end{cases} \Rightarrow 0<x<\frac{1}{2}$



$|x^2-x|+3$



$x=0$ P.TO DI MIN (P.TO ANGOLOSO)

$x=\frac{1}{2}$ P.TO DI MAX

$x=1$ P.TO DI MIN (P.TO ANGOLOSO)

65 $y = \dfrac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + x + 1}$ $[x = -1\ \cancel{\text{min}}\ \text{MAX};\ x = 1\ \cancel{\text{max}}\ \text{MIN}]$

$D = \mathbb{R}$

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ derivabile ovunque

$$f'(x) = \frac{(2x-2)(x^2+x+1) - (2x+1)(x^2-2x+1)}{(x^2+x+1)^2} =$$

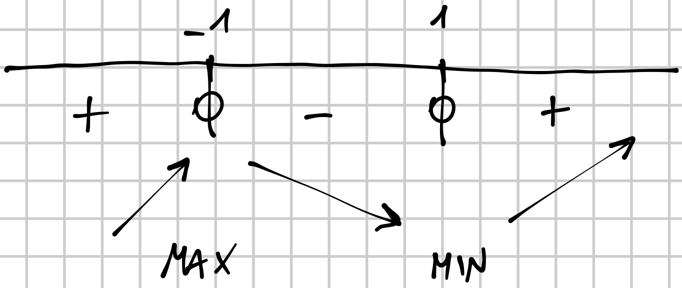
$$= \frac{\cancel{2x^3} + \cancel{2x^2} + \cancel{2x} - \cancel{2x^2} - \cancel{2x} - 2 - \cancel{2x^3} + 4x^2 - \cancel{2x} - x^2 + \cancel{2x} - 1}{(x^2+x+1)^2} =$$

$$= \frac{3x^2 - 3}{(x^2+x+1)^2}$$

DEN. SEMPRE > 0 guardo solo il numeratore

$f'(x) = 0 \implies x = \pm 1$

$f'(x) > 0 \implies x < -1 \ \vee \ x > 1$



$x = -1$ p.to di max

$x = 1$ p.to di min