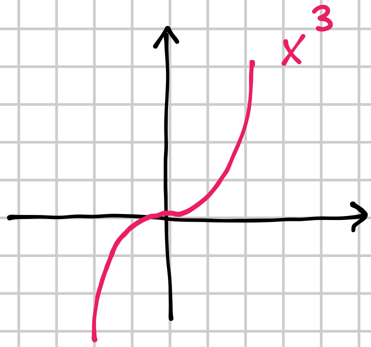
13/2/2020

FLESSI E DERIVATA SECONDA

ESEMPI

1) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ $\qquad f(x)=x^3$



$f'(x)=3x^2$

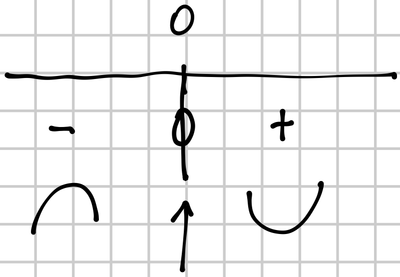
$f''(x)=6x$

ZERI DELLA DERIVATA SECONDA

$f''(x)=0 \Rightarrow 6x=0 \Rightarrow x=0$ CANDIDATO FLESSO

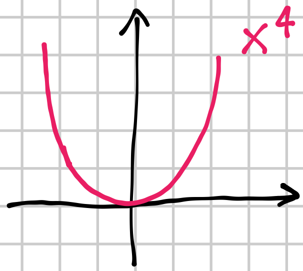
SEGNO DELLA DER. SECONDA

$f''(x)>0 \Rightarrow 6x>0 \Rightarrow x>0$



0 P.TO DI FLESSO

2) $f(x)=x^4$ $\qquad f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$

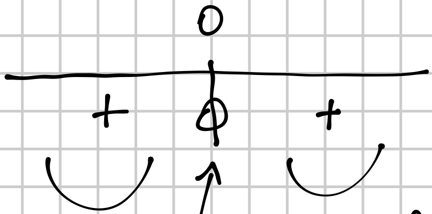


$f'(x)=4x^3$

$f''(x)=12x^2$

ZERI DI $f'' \Rightarrow x=0$

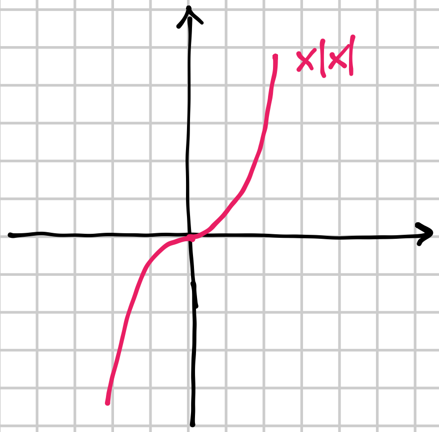
SEGNO DI $f'' \Rightarrow f''(x)>0 \quad \forall x\neq 0$



0 <u>NON</u> è un flesso

3) E se la derivata prima esiste, ma la derivata seconda no?

$f(x) = x|x| \qquad f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$



$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } x \geq 0 \\ -x^2 & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & \text{se } x > 0 \\ -2x & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

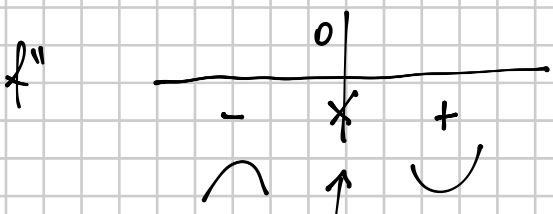
$f'(0) = 0$ (si vede col limite della derivata per $x \to 0^{\pm}$)

In 0 la derivata prima esiste e vale 0

$$f''(x) = \begin{cases} 2 & \text{se } x > 0 \\ -2 & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

$f''(0)$ NON ESISTE!

Ma 0 è comunque punto di flesso



In 0 c'è la derivata prima, quindi c'è la tangente che attraversa la curva, quindi 0 è p.to di flesso

260 $y = xe^{-x}$ Trovare gli intervalli di concavità

$f(x) = xe^{-x}$ $\quad f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$f'(x) = e^{-x} + x\left(-e^{-x}\right) = e^{-x}(1-x)$

$f''(x) = -e^{-x}(1-x) + e^{-x}(-1) = -e^{-x}(1-x+1) =$

$= -e^{-x}(2-x)$

$f''(x) = 0 \Rightarrow x = 2$ CANDIDATO FLESSO

$f''(x) > 0 \Rightarrow -e^{-x}(2-x) > 0 \Rightarrow e^{-x}(x-2) > 0$

$\Rightarrow x-2>0 \Rightarrow x>2$