14/10/2020

DEFINIZIONE | Radice quadrata

Si dice **radice quadrata** di un numero reale a, e si indica con $\sqrt{a}$, il numero reale positivo o nullo (se esiste) che, elevato al quadrato, dà come risultato a. In simboli:

$$x = \sqrt{a} \Leftrightarrow x \geq 0 \text{ e } x^2 = a$$

$\sqrt{a}$ → RADICALE

RADICANDO

$a \geq 0$

NON ESISTE, NEI NUMERI REALI, LA RADICE QUADRATA DI UN NUMERO NEGATIVO

$\sqrt{4} = 2$ perché $2 \geq 0$ e $2^2 = 4$

$\sqrt{4} \neq -2$ perché $(-2)^2 = 4$, ma $-2 < 0$

$\sqrt{0} = 0$ $\quad$ $\sqrt{-4}$ NON ESISTE IN $\mathbb{R}$ $\quad$ $\cancel{\sqrt{4} = \pm 2}$

$\sqrt{1} = 1$

TEOREMA 1 | Esistenza delle radici quadrate in R

Ogni numero reale positivo o nullo ha esattamente una radice quadrata in **R**.
Ogni numero reale negativo non ammette radice quadrata in **R**.

DEFINIZIONE | Radice cubica

Si dice **radice cubica** di un numero reale a, e si indica con $\sqrt[3]{a}$, il numero reale che, elevato al cubo, dà come risultato a; in simboli:

$$x = \sqrt[3]{a} \Leftrightarrow x^3 = a$$

TEOREMA 2 | Esistenza delle radici cubiche in R

Ogni numero reale ha esattamente **una** radice cubica in R.

INDICE DELLA RADICE

$\sqrt[3]{8} = 2$ $\qquad$ $\sqrt[3]{(-8)} = -2$

$\sqrt[3]{1} = 1$ $\qquad$ $\sqrt[3]{-1} = -1$ $\qquad$ $\sqrt[3]{0} = 0$

DEFINIZIONE | Radice n-esima

Sia n un numero naturale diverso da zero; si definisce **radice n-esima** di un numero reale a (se esiste) e si indica con il simbolo $\sqrt[n]{a}$:

- il numero reale positivo o nullo che, elevato a n, dà come risultato a, se n è pari;
- il numero reale che, elevato a n, dà come risultato a, se n è dispari.

In simboli:

$$x = \sqrt[n]{a} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \text{ e } x^n = a & \text{se } n \text{ è pari} \\ x^n = a & \text{se } n \text{ è dispari} \end{cases}$$

I teoremi enunciati nel caso $n = 2$ (radici quadrate) e $n = 3$ (radici cubiche) circa l'esistenza delle radici si generalizzano come segue.

TEOREMA 3 | Esistenza delle radici n-esime in R

Sia n un numero naturale diverso da zero; se n è **pari**:

- ogni numero reale **non negativo** ha esattamente **una** radice n-esima in R;
- ogni numero reale **negativo non** ammette radice n-esima in R.

Se n è **dispari**, ogni numero reale ha esattamente **una** radice n-esima in R.

INDICE DELLA RADICE

$\sqrt[n]{a}$ $\qquad$ RADICALE

RADICANDO

Completa, inserendo al posto dei puntini il simbolo opportuno (scelto tra $<$, $=$, $>$).

32 **a.** $1 - \sqrt{2}$ ..<.. 0 **b.** $\sqrt{3} - 1$ ..>.. 0

33 **a.** $2 - \sqrt{3}$ ..>.. 0 **b.** $3 - \sqrt{10}$ ..<.. 0

34 **a.** $\sqrt{5} - 3$ ..<.. 0 **b.** $3 - 2\sqrt{2}$ ..>.. 0

35 **a.** $2\sqrt{13} - 5$ ..>.. 0 **b.** $5\sqrt{3} - 6$ ..>.. 0

devo confrontare

3 e $\sqrt{10}$

$\downarrow \qquad \downarrow$ al quadrato

$9 < 10$

$3 \qquad 2\sqrt{2}$

$\downarrow$

$9 > (2\cdot\sqrt{2})^2 = 2^2\cdot(\sqrt{2})^2 = 4\cdot 2 = 8$