15/10/2020

Calcola le seguenti radici quadrate, se esistono in R.

13 $\sqrt{225} = \sqrt{15^2} = 15$ $\quad -\sqrt{\frac{49}{36}} = -\sqrt{\left(\frac{7}{6}\right)^2} = -\frac{7}{6}$ $\quad \sqrt{-\frac{49}{36}}$ NON ESISTE IN $\mathbb{R}$

14 $\sqrt{16} = 4$ $\quad \sqrt{-4}$ NON ESISTE IN $\mathbb{R}$ $\quad \sqrt{0{,}04} = \sqrt{\frac{4}{100}} = \sqrt{\left(\frac{2}{10}\right)^2} =$

$= \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

Calcola il valore delle seguenti espressioni.

21 $\sqrt{13 + \sqrt{5 + \sqrt{16}}} =$

Si parte dalla radice più interna

$= \sqrt{13 + \sqrt{5 + 4}} =$

$= \sqrt{13 + \sqrt{9}} = \sqrt{13 + 3} = \sqrt{16} = 4$

Calcola le seguenti radici, se esistono in R.

50 $\sqrt[3]{-8} = \sqrt[3]{(-2)^3} = -2$ $\quad \sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{2}{3}$ $\quad \sqrt[3]{0{,}125} = \sqrt[3]{\left(\frac{5}{10}\right)^3} = \frac{1}{2}$

51 $\sqrt[3]{-64} = -4$ $\quad \sqrt[3]{-0{,}001} = -\frac{1}{10}$ $\quad \sqrt[3]{\frac{1}{64}} = \frac{1}{4}$

52 $\sqrt[4]{-16}$ NON ESISTE IN $\mathbb{R}$ $\quad \sqrt[3]{-\frac{1}{125}} = -\frac{1}{5}$ $\quad \sqrt[4]{\frac{81}{16}} = \frac{3}{2}$

70 Inserisci il simbolo opportuno, scelto tra $\in$ o $\notin$.

a. $-\sqrt{5} \notin \mathbb{Z}$

b. $\sqrt{\frac{3}{7}} \notin \mathbb{Q}$

c. $-0{,}4\overline{5} \in \mathbb{Q}$

d. $\sqrt{64} \in \mathbb{N}$

e. $-3\pi \notin \mathbb{Z}$

f. $\sqrt{(-3)^2} \in \mathbb{N}$ $\quad = \sqrt{9} = 3$

g. $\sqrt[3]{2^{-3}} \in \mathbb{Q}$ $\quad = 1/2$

h. $\sqrt{4{,}\overline{1}} \notin \mathbb{Q}$

i. $\sqrt{2{,}\overline{7}} \in \mathbb{Q}$

j. $\sqrt[3]{-3} \notin \mathbb{Z}$

k. $\sqrt{0{,}\overline{5}} \notin \mathbb{Q}$

l. $-\sqrt[3]{-8} \in \mathbb{N}$ $\quad = -(-2) = 2$

Test

71 $\sqrt[3]{-1000}$ è un numero: $= -10$

~~A~~ intero B decimale finito C illimitato periodico D irrazionale

72 $\sqrt[3]{-\frac{1}{27}}$ è un numero: $= -\frac{1}{3}$

A intero B decimale finito ~~C~~ illimitato periodico D irrazionale

$$-0{,}4\overline{5} = -\frac{45-4}{90} = -\frac{41}{90} \in \mathbb{Q} = \{x \mid x \text{ è rapporto di numeri interi}\}$$

$\pi \notin \mathbb{Q}$

è IRRAZIONALE

$$4{,}\overline{1} = \frac{41-4}{9} = \frac{37}{9} \in \mathbb{Q}$$

non è il quadrato di un numero razionale $\Rightarrow \sqrt{\frac{37}{9}} \notin \mathbb{Q}$

$$2{,}\overline{7} = \frac{27-2}{9} = \frac{25}{9} = \left(\frac{5}{3}\right)^2 \Rightarrow \sqrt{2{,}\overline{7}} = \sqrt{\left(\frac{5}{3}\right)^2} = \frac{5}{3} \in \mathbb{Q}$$

$$0{,}\overline{5} = \frac{5-0}{9} = \frac{5}{9} \Rightarrow \sqrt{\frac{5}{9}} \notin \mathbb{Q}$$

$=0,5$

73 $\sqrt{0,25}$ è un numero:

A intero B ~~decimale finito~~ C illimitato periodico D irrazionale

74 $\sqrt{18}$ è un numero:

A intero B decimale finito C illimitato periodico D ~~irrazionale~~

$= -\frac{1}{1000} = -0,001$

75 $\sqrt[3]{-0,000001}$ è un numero:

A intero B ~~decimale finito~~ C illimitato periodico D irrazionale

76 Considera l'insieme $A = \left\{\frac{1}{2^{-1}}; \sqrt{0,25}; 1,24; -3\pi; -\sqrt{0,\overline{1}}; \sqrt[3]{3}; -\frac{1}{4}; 10\sqrt[3]{0,001}; 0,1\overline{2}\right\}$.

Determina:

a. il sottoinsieme A_1 di A formato da numeri interi;
b. il sottoinsieme A_2 di A formato da numeri razionali;
c. il sottoinsieme A_3 di A formato da numeri irrazionali.

77 Dato l'insieme $A = \left\{-2^{-1}; \sqrt{0,\overline{4}}; 2\pi; 3,\overline{4}; -\frac{12}{5}; \sqrt{0,4}; \sqrt[3]{-1000}; \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}\right\}$, determina:

a. il sottoinsieme A_1 di A formato da numeri interi;
b. il sottoinsieme A_2 di A formato da numeri razionali non interi;
c. il sottoinsieme A_3 di A formato da numeri irrazionali.

76) $\frac{1}{2^{-1}} = 2 \qquad \sqrt{0,25} = 0,5 = \frac{1}{2} \qquad -\sqrt{0,\overline{1}} = -\sqrt{\frac{1}{9}} = -\frac{1}{3}$

$10\sqrt[3]{0,001} = 10\sqrt[3]{\frac{1}{1000}} = 10 \cdot \frac{1}{10} = 1 \qquad 0,1\overline{2} = \frac{12-1}{90} = \frac{11}{90}$

$A_1 = \{x \in A \mid x \in \mathbb{Z}\} = \{2, 1\}$

$A_2 = \{x \in A \mid x \in \mathbb{Q}\} = \left\{\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, \frac{11}{90}, 2, 1, -\frac{1}{4}, \overbrace{1,24}^{\frac{124}{100}}\right\}$

$A_1 \subseteq A_2$ A_1 è sottoinsieme di A_2

$A_3 = \{x \in A \mid x \notin \mathbb{Q}\} = \{\sqrt[3]{3}, -3\pi\}$

$A_1 \subset A_2$ A_1 è sottoinsieme proprio di A_2

$A_1 \subseteq A_1$ VERO

$A_1 \subset A_1$ FALSO perché $A_1 \neq A_1$ è falso!!!

SOTTOINSIEME PROPRIO

ANALOGIA

$2 \leq 2$ VERO

$2 \leq 3$ VERO

$2 < 3$ VERO

$2 < 2$ FALSO

π È IRRAZIONALE $\Longrightarrow$ 3π È IRRAZIONALE

DIMOSTRAZIONE

Per assurdo, suppongo che 3π sia razionale.

Allora $\exists\, n, m \in \mathbb{Z}$, $m \neq 0$ tali che $\frac{n}{m} = 3\pi$

Allora sarebbe $\frac{n}{3m} = \pi$, quindi

anche π sarebbe esprimibile come rapporto dei due numeri interi n e $3m$, cioè π sarebbe razionale, contro l'ipotesi. CONTRADDIZIONE

Quindi 3π è irrazionale C.V.D.

Determina per quali valori reali di x sono definiti i seguenti radicali.

80 $\sqrt{x-1}$ $[x \geq 1]$

81 $\sqrt{3x-4}$ $\left[x \geq \frac{4}{3}\right]$

82 $\sqrt[4]{x}$ $[x \geq 0]$

83 $\sqrt[3]{x-1}$ [Per ogni $x \in \mathbf{R}$]

84 $\sqrt{x}$ $[x \geq 0]$

80) $\sqrt{x-1}$

3 è sostituibile a x? sì

$\sqrt{3-1} = \sqrt{2}$

-3 è sostituibile a x? NO

$\sqrt{-3-1} = \sqrt{-4}$ NON ESISTE IN $\mathbb{R}$

DISEQUAZIONE

$\boxed{x-1 \geq 0}$

$\boxed{x \geq 1}$ → indica l'insieme dei numeri per cui il radicale $\sqrt{x-1}$ esiste: è l'insieme di tutti i numeri reali maggiori o uguali a 1

81) $\sqrt{3x-4}$ $3x-4 \geq 0$ $3x \geq 4$ $x \geq \frac{4}{3}$

82) $\sqrt[4]{x}$ $x \geq 0$

83) $\sqrt[3]{x-1}$ $\forall x \in \mathbb{R}$

84) $\sqrt{x}$ $x \geq 0$

85 $\sqrt[7]{x^2-1}$ [Per ogni $x \in \mathbb{R}$]

86 $\sqrt[4]{5-2x}$ $\left[x \leq \frac{5}{2}\right]$

85] $\sqrt[7]{x^2-1}$ $\forall x \in \mathbb{R}$

86] $\sqrt[4]{5-2x}$

$5-2x \geq 0 \qquad -2x \geq -5 \xrightarrow{\text{CAMBIO SEGNI}} 2x \leq 5 \qquad x \leq \frac{5}{2}$

$2 < 3$
$\downarrow$
$-2 > -3$

Cambiando i segni devo invertire il verso della disuguaglianza

$\sqrt{-2x-7} \qquad -2x-7 \geq 0 \qquad -2x \geq 7 \qquad 2x \leq -7$

coefficiente della x è negativo

CAMBIO I SEGNI E INVERTO LA DISUGUAGLIANZA

$x \leq -\frac{7}{2}$

infatti, ad es. $x = -\frac{9}{2}$ (che è minore di $-\frac{7}{2}$)

è tale che $-2 \cdot \left(-\frac{9}{2}\right) - 7 = 9 - 7 = 2 \geq 0$

RIDURRE ALLO STESSO INDICE

162 $\sqrt{2}$; $\sqrt[3]{3}$; $\sqrt[4]{2}$ $\left[\sqrt[12]{2^6};\ \sqrt[12]{3^4};\ \sqrt[12]{2^3}\right]$

INDICE 2 INDICE 3 INDICE 4 mcm $(2,3,4) = 12$

$\sqrt[12]{2^6}$ $\sqrt[12]{3^4}$ $\sqrt[12]{2^3}$

$\sqrt[12]{2^6} = \sqrt{2}$ vale, come per le frazioni, la SEMPLIFICAZIONE fra l'indice della radice e l'esponente del radicando

$\sqrt[12]{2^6}$ entrambi divisibili per 2

$\sqrt[\cancel{12}\,2]{2^{\cancel{6}\,1}} = \sqrt{2}$

TEOREMA 4 | Proprietà invariantiva dei radicali

Consideriamo un radicale, il cui radicando è non negativo. Moltiplicando l'indice del radicale e l'esponente del suo radicando per uno stesso numero naturale diverso da zero si ottiene un radicale equivalente a quello originario. In simboli:

$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n \cdot p]{a^{m \cdot p}}$ per ogni $a \geq 0$ e per ogni $n, m, p \in \mathbf{N} - \{0\}$

SEMPLIFICARE I RADICALI

179 $\sqrt[6]{36}$; $\sqrt[4]{4}$ $\left[\sqrt[3]{6};\ \sqrt{2}\right]$

$\sqrt[6]{36} = \sqrt[\cancel{6}\,3]{6^{\cancel{2}\,1}} = \sqrt[3]{6}$

$\sqrt[4]{4} = \sqrt[\cancel{4}\,2]{2^{\cancel{2}}} = \sqrt{2}$

177 $\sqrt{2^6 \cdot 3^4}$; $\sqrt{2^2 \cdot 5^4 \cdot 3^2}$ [72; 150]

$\sqrt[\cancel{2}]{2^{\cancel{6}\,3} \cdot 3^{\cancel{4}\,2}} = 2^3 \cdot 3^2 = 8 \cdot 9 = 72$

$\sqrt[\cancel{2}]{2^{\cancel{2}\,1} \cdot 5^{\cancel{4}\,2} \cdot 3^{\cancel{2}\,1}} = 2 \cdot 25 \cdot 3 = 150$