5/11/2020

21 $\left(x+\frac{1}{3}\right)^2=\frac{2}{3}x+1$

$$x^2+\frac{1}{9}+\cancel{\frac{2}{3}x}=\cancel{\frac{2}{3}x}+1$$

$$x^2=1-\frac{1}{9}$$

$$x^2=\frac{8}{9} \qquad x=\pm\sqrt{\frac{8}{9}}=\pm\frac{2}{3}\sqrt{2}$$

<u>EQ. PURA</u>

51 $x^2+6x=0$

52 $2x^2-x=0$

$$x^2+6x=0 \qquad x(x+6)=0$$

$x=0$

$\vee$

$x+6=0 \qquad x=-6$

$$\boxed{x=0 \quad \vee \quad x=-6}$$

$$2x^2-x=0 \qquad x(2x-1)=0$$

$x=0$

$\vee$

$2x-1=0 \qquad x=\frac{1}{2}$

$$\boxed{x=0 \quad \vee \quad x=\frac{1}{2}}$$

$ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac \geq 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

113 $x^2 + 5x - 6 = 0$ [$-6; 1$]

114 $x^2 - x + 1 = 0$ [Impossibile]

115 $x^2 + 2x - 6 = 0$ [$-1 \pm \sqrt{7}$]

113) $x^2 + 5x - 6 = 0$

$a = 1 \quad b = 5 \quad c = -6$

$\Delta = b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) =$

$= 25 + 24 = 49$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{2} = \begin{cases} x = \dfrac{-5-7}{2} = -6 \\ x = \dfrac{-5+7}{2} = 1 \end{cases}$$

$$\boxed{x = -6 \quad \vee \quad x = 1}$$

ALTERNATIVA

$x^2 + 5x - 6 = 0$

$(x+6)(x-1) = 0$

$x + 6 = 0 \qquad x = -6$

$\vee \qquad \vee$

$x - 1 = 0 \qquad x = 1$

114) $x^2 - x + 1 = 0$ $\qquad \Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 =$

$a = 1 \quad b = -1 \quad c = 1$

$= 1 - 4 = -3 < 0$

EQ. IMPOSSIBILE IN $\mathbb{R}$

115) $x^2 + 2x - 6 = 0$ $\qquad \Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 4 + 24 = 28$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{28}}{2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{7}}{2} = \frac{\cancel{2}(-1 \pm \sqrt{7})}{\cancel{2}} = -1 \pm \sqrt{7}$$

$$\boxed{x = -1 - \sqrt{7} \quad \vee \quad x = -1 + \sqrt{7}}$$

SOMMA $= -1 - \cancel{\sqrt{7}} - 1 + \cancel{\sqrt{7}} = -2$ OPPOSTO COEFF. DI x (OPPOSTO DI b)

PRODOTTO $= (-1 - \sqrt{7})(-1 + \sqrt{7}) = (-1)^2 - (\sqrt{7})^2 = 1 - 7 = -6$ COEFF. c

120 $4x^2 - 12x + 9 = 0$ $\left[\frac{3}{2}\right]$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-12)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 9 = 144 - 144 = 0$$

$$x = \frac{12 \pm \sqrt{0}}{8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$ 2 SOLUZIONI COINCIDENTI

Quando $\Delta = 0$, il polinomio di 2° grado è ± quadrato

$$4x^2 - 12x + 9 = 0$$

$$(2x-3)^2 = 0$$

$$\underbrace{(2x-3)}_{1°} \cdot \underbrace{(2x-3)}_{2°} = 0$$

1° $2x - 3 = 0$ $x = \frac{3}{2}$

2° $2x - 3 = 0$ $x = \frac{3}{2}$

Perché dico ± quadrato?

Se avessi $-4x^2 + 12x - 9 = 0$ $\Delta = 144 - (-4)(-9) = 0$

$$-(4x^2 - 12x + 9) = 0$$

$$-(2x-3)^2 = 0$$

CAMBIO I SEGNI

$$(2x-3)^2 = 0$$

⋮

$$x = \frac{3}{2}$$

$\Delta > 0 \Rightarrow$ 2 SOLUZIONI REALI DISTINTE

$\Delta = 0 \Rightarrow$ 2 SOLUZIONI REALI COINCIDENTI

$\Delta < 0 \Rightarrow$ EQ. IMPOSSIBILE IN $\mathbb{R}$ (NESSUNA SOLUZIONE REALE)

<u>OSSERVAZIONE</u>

Cosa succede se applico la formula a un'eq. pura o spuria? Si risolve ugualmente, ma non è conveniente.

$$x^2 - x = 0 \qquad x(x-1) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ \vee \\ x = 1 \end{cases}$$

con la formula $a = 1 \quad b = -1 \quad c = 0$

$$\Delta = b^2 - \cancel{4ac} = b^2 = (-1)^2 = 1 > 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 \pm 1}{2} = \begin{cases} \frac{0}{2} = 0 \\ \frac{2}{2} = 1 \end{cases}$$

si risolve lo stesso

188 $$\frac{(x-1)^2}{2}+\frac{(x+1)^2}{3}=\frac{(x+2)(x+4)}{12}+\frac{3}{2}$$

$$\frac{6(x-1)^2+4(x+1)^2}{\cancel{12}}=\frac{x^2+4x+2x+8+18}{\cancel{12}}$$

$$6(x^2-2x+1)+4(x^2+2x+1)=x^2+6x+26$$

$$6x^2-12x+6+4x^2+8x+4=x^2+6x+26$$

$$10x^2-4x+10-x^2-6x-26=0$$

$$9x^2-10x-16=0 \qquad \Delta=b^2-4ac=$$

$$a=9 \quad b=-10 \quad c=-16 \qquad =(-10)^2-4\cdot 9\cdot(-16)=$$

$$=100+576=676$$

$$x=\frac{10\pm\sqrt{676}}{18}=\frac{10\pm 26}{18}=\begin{cases}-\dfrac{16}{18}=-\dfrac{8}{9}\\[2ex] \dfrac{36}{18}=2\end{cases}$$

$$\boxed{x=-\frac{8}{9} \quad \vee \quad x=2}$$

189 $(x-3)(x+3)+\frac{1}{2}(5-x)^2=\frac{x+1}{4}+1$

$$x^2-9+\frac{1}{2}(25+x^2-10x)=\frac{x+1}{4}+1$$

$$\frac{4x^2-36+50+2x^2-20x}{\cancel{4}}=\frac{x+1+4}{\cancel{4}}$$

$$6x^2-20x+14-x-5=0$$

$$6x^2-21x+9=0$$

$$\Delta=(-21)^2-4\cdot 6\cdot 9=441-216=225$$

$$x=\frac{21\pm\sqrt{225}}{12}=\frac{21\pm 15}{12}=\begin{cases}\frac{6}{12}=\frac{1}{2}\\ \frac{36}{12}=3\end{cases}$$

$$\boxed{x=\frac{1}{2} \quad \vee \quad x=3}$$

FRATTA

238 $\dfrac{6}{x^2-1} - \dfrac{2}{x-1} = \dfrac{x}{x+1} - \dfrac{2}{x+1}$

C.E.

$x \neq \pm 1$

$(x-1)(x+1)$

$$\frac{6 - 2(x+1)}{\cancel{(x-1)(x+1)}} = \frac{x(x-1) - 2(x-1)}{\cancel{(x-1)(x+1)}}$$

$$6 - 2x - 2 = x^2 - x - 2x + 2$$

$$4 - 2x = x^2 - 3x + 2$$

$$-x^2 + 3x - 2x + 4 - 2 = 0$$

$$-x^2 + x + 2 = 0$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$a = 1 \quad b = -1 \quad c = -2$

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) =$$

$$= 1 + 8 = 9$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2} = \begin{cases} -\frac{2}{2} = -1 \quad \text{N.A. (per C.E.)} \\ \frac{4}{2} = 2 \end{cases}$$

$$\boxed{x = 2}$$

279 $\dfrac{1}{x^2-2x\sqrt{2}+2}+\dfrac{1}{x^2-2}=\dfrac{1}{x-\sqrt{2}}$ $[1 \pm \sqrt{3}]$

$(x-\sqrt{2})^2 \qquad (x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})$

C.E.
$x \neq \pm\sqrt{2}$

$$\frac{x+\cancel{\sqrt{2}}+x-\cancel{\sqrt{2}}}{\cancel{(x+\sqrt{2})}(x-\sqrt{2})^2}=\frac{(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2})}{\cancel{(x+\sqrt{2})}(x-\sqrt{2})^2}$$

$$2x = x^2-2$$

$$-x^2+2x+2=0 \qquad \Delta = 2^2-4(-1)\cdot 2 =$$

$$a=-1 \quad b=2 \quad c=2 \qquad =4+8=12$$

$$x=\frac{-2\pm\sqrt{12}}{-2}=\frac{-2\pm2\sqrt{3}}{-2}=\frac{\cancel{-2}(1\mp\sqrt{3})}{\cancel{-2}}=1\pm\sqrt{3}$$

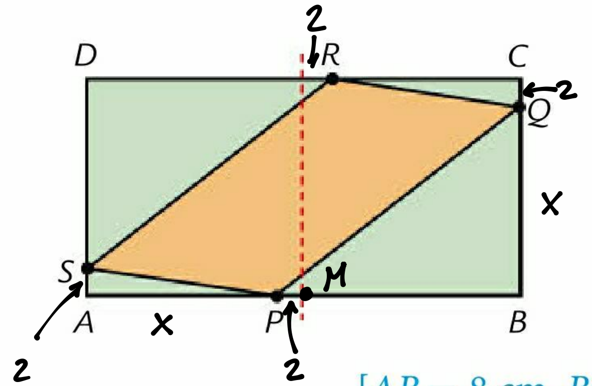
accettabili
dopo C.E.

$$\frac{-2+2\sqrt{3}}{-2}=\frac{\cancel{-2}(1-\sqrt{3})}{\cancel{-2}}=1-\sqrt{3}$$

$$\frac{-2-2\sqrt{3}}{-2}=\frac{\cancel{-2}(1+\sqrt{3})}{\cancel{-2}}=1+\sqrt{3}$$

$\boxed{x=1-\sqrt{3} \quad \vee \quad x=1+\sqrt{3}}$ oppure $\boxed{x=1\pm\sqrt{3}}$

692 Il rettangolo $ABCD$ in figura è tale che $\overline{AB} = 2\overline{BC}$. Sia P il punto appartenente al lato AB tale che AP è 2 cm in meno della metà di AB e siano Q, R, S, rispettivamente, i punti su BC, CD e AD, tali che $\overline{AP} = \overline{BQ} = \overline{CR} = \overline{DS}$. Sapendo che l'area del parallelogramma $PQRS$ è 16 cm^2 in meno di quella del rettangolo $ABCD$, determina le misure dei lati del rettangolo $ABCD$.



[$AB = 8$ cm, $BC = 4$ cm]

$$\overline{AB} = 2\overline{BC}$$

$$\overline{AP} = \frac{\overline{AB}}{2} - 2 = \overline{BC} - 2$$

$$\underbrace{\mathcal{A}_{PQRS} = \mathcal{A}_{ABCD} - 16}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathcal{A}_{VERDE} = 16$$

$\overline{AP} = x$ $\qquad \mathcal{A}_{APS} = \frac{1}{2} \cdot x \cdot 2 = x$ $\qquad \overline{PB} = \overbrace{x+2}^{\overline{MB}} + \overbrace{2}^{\overline{PM}} = x+4$

$\overline{BC} = \overline{AP} + 2 = x + 2$ $\qquad \mathcal{A}_{PBQ} = \frac{1}{2}\overline{PB} \cdot \overline{QB} = \frac{1}{2}(x+4) \cdot x$

lato minore del rettangolo

$$2\mathcal{A}_{APS} + 2\mathcal{A}_{PBQ} = \mathcal{A}_{VERDE}$$

$$2x + \cancel{2} \cdot \frac{1}{\cancel{2}}(x+4)x = 16$$

$$2x + x^2 + 4x = 16$$

$$x^2 + 6x - 16 = 0 \qquad \Delta = 36 + 64 = 100$$

$x = \frac{-6 \pm 10}{2} =$
- $-\frac{16}{2} = -8$ N.A. perché deve essere $x > 0$
- $\frac{4}{2} = 2$

$$\boxed{\overline{BC} = x + 2 = 4 \qquad \overline{AB} = 2\overline{BC} = 8}$$