18/11/2020

584 Determina per quali valori di k l'equazione $(k+1)x^2 - 4x + 1 = 0$, con $k \neq -1$, soddisfa le seguenti condizioni:

a. le soluzioni sono reali;
b. non ammette soluzioni reali;
c. una delle due soluzioni è -2.

$\left[\text{a. } k \leq 3; \text{ b. } k > 3; \text{ c. } k = -\frac{13}{4}\right]$

a) soluzioni reali $\Rightarrow \Delta \geq 0$

$$\Updownarrow$$

$$\frac{\Delta}{4} \geq 0$$

$$\underbrace{(k+1)}_{a}x^2 \underbrace{-4x}_{b} + \underbrace{1}_{c} = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\beta = -2$$

$$\beta^2 - ac \geq 0$$

$$(-2)^2 - (k+1)\cdot 1 \geq 0$$

$$4 - k - 1 \geq 0$$

$$-k \geq -3$$

$$\boxed{k \leq 3}$$

significa che se metto al posto di k un numero minore o uguale a 3, ottengo un'equazione con soluzioni reali

IN REALTÀ

$$\boxed{\begin{cases} k \leq 3 \\ k \neq -1 \end{cases}}$$

PROVIAMO

$k = 1 \Rightarrow 2x^2 - 4x + 1 = 0$ $\quad \frac{\Delta}{4} = 4 - 2 = 2$ $\quad x = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{2}$ $\quad$ 2 SOL. REALI

$k = 5 \Rightarrow 6x^2 - 4x + 1 = 0$ $\quad \frac{\Delta}{4} = 4 - 6 = -2 < 0$ $\quad$ NESSUNA SOL. REALE (IMPOSSIBILE IN $\mathbb{R}$)

$k = 3 \Rightarrow 4x^2 - 4x + 1 = 0$ $\quad \frac{\Delta}{4} = 4 - 4 = 0$ $\quad$ 2 SOL. REALI COINCIDENTI

$$\downarrow$$

$$(2x-1)^2 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

b) NESSUNA SOL. REALE

$\Delta < 0 \iff \frac{\Delta}{4} < 0$

$(\underbrace{K+1}_{a})x^2 \underbrace{-4}_{b}x \underbrace{+1}_{c} = 0$

$\Downarrow$

$\beta = -2$

$\beta^2 - ac < 0$

$4 - (K+1)\cdot 1 < 0$

$4 - K - 1 < 0$

$-K < -3$

$\boxed{K > 3}$

c) UNA DELLE 2 SOLUZIONI È $x_1 = -2$

C.E. $\begin{cases} K \leq 3 \\ K \neq -1 \end{cases}$

$(K+1)x^2 - 4x + 1 = 0$

SOSTITUISCO ALLA x

$(K+1)(-2)^2 - 4(-2) + 1 = 0$

$4(K+1) + 8 + 1 = 0$

$4K + 4 + 8 + 1 = 0$

$4K = -13$

$\boxed{K = -\frac{13}{4}}$

PROVA

$\left(-\frac{13}{4} + 1\right)x^2 - 4x + 1 = 0$

$-\frac{9}{4}x^2 - 4x + 1 = 0$

$\frac{\Delta}{4} = 4 + \frac{9}{4} = \frac{25}{4}$

$x = \frac{2 \pm \frac{5}{2}}{-\frac{9}{4}} =$

$\frac{2 - \frac{5}{2}}{-\frac{9}{4}} = \frac{-\frac{1}{2}}{-\frac{9}{4}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{9} = \frac{2}{9}$

$\frac{2 + \frac{5}{2}}{-\frac{9}{4}} = \frac{\frac{9}{2}}{-\frac{9}{4}} = \frac{9}{2} \cdot \left(-\frac{4}{9}\right) = -2$

597 È data l'equazione $x^2 - kx - 2 = 0$. Determina per quali valori di k si ha che:

a. le soluzioni sono reali e la somma dei loro quadrati è 13;

b. le soluzioni sono reali e la somma dei loro reciproci è uguale a -2. [**a.** $k = \pm 3$; **b.** $k = 4$]

$$x^2 - kx - 2 = 0 \qquad a = 1 \quad b = -k \quad c = -2$$

a) SOLUZ. REALI $\Rightarrow \Delta \geq 0 \qquad (-k)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) \geq 0$

$$k^2 + 8 \geq 0 \qquad k^2 \geq -8 \qquad \forall k \in \mathbb{R}$$

questa equazione ha SEMPRE due soluzioni reali (in più posso dire che sono distinte, perché $\Delta = k^2 + 8$ è sempre > 0, per qualsiasi valore di k)

$$x_1^2 + x_2^2 = 13$$

$$\Downarrow$$

$$\left(-\frac{b}{a}\right)^2 - \frac{2c}{a} = 13$$

$$\left(-\frac{-k}{1}\right)^2 - \frac{2(-2)}{1} = 13$$

$$k^2 + 4 = 13$$

$$k^2 = 9 \Rightarrow \boxed{k = \pm 3}$$

TRUCCO $\qquad x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \qquad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

$$(x_1 + x_2)^2 = x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2$$

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 =$$

$$= \left(-\frac{b}{a}\right)^2 - 2\frac{c}{a}$$

b) $x^2 - Kx - 2 = 0$ $a=1$ $b=-K$ $c=-2$

SOLUZ. REALI $\Delta \geq 0 \Rightarrow \forall K \in \mathbb{R}$

x_1, x_2 2 SOLUZIONI REALI

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -2 \qquad \frac{x_2 + x_1}{x_1 x_2} = -2 \qquad \frac{-\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} = -2$$

$$\Downarrow$$

$$-\frac{b}{\cancel{a}} \cdot \frac{\cancel{a}}{c} = -2$$

$$+\frac{b}{c} = +2$$

$$\frac{-K}{-2} = 2$$

$$\boxed{K = 4}$$