20/11/2020

585 **Videolezione** Determina per quali valori di k l'equazione $2x^2 - 4x + 3 - k = 0$ soddisfa le seguenti condizioni:

a. le soluzioni sono reali distinte;

b. le soluzioni sono coincidenti;

c. una delle due soluzioni è -1. [**a.** $k > 1$; **b.** $k = 1$; **c.** $k = 9$]

$$\underbrace{2}_{a}x^2 \underbrace{-4}_{b}x + \underbrace{(3-k)}_{c} = 0 \qquad \beta = -2$$

SOL. DISTINTE

a) $\Delta > 0 \iff \frac{\Delta}{4} > 0$

$$\beta^2 - ac > 0$$

$$(-2)^2 - 2(3-k) > 0$$

$$4 - 6 + 2k > 0$$

$$2k > 2 \implies \boxed{k > 1}$$

SOL. COINCIDENTI

b) $\Delta = 0$

$$\beta^2 - ac = 0 \qquad (-2)^2 - 2(3-k) = 0 \; \ldots\ldots \; \boxed{k = 1}$$

c)

$$2x^2 - 4x + (3-k) = 0$$

$x = -1$

$$2(-1)^2 - 4(-1) + 3 - k = 0$$

$$2 + 4 + 3 - k = 0$$

$$9 - k = 0 \qquad \boxed{k = 9}$$

587 Determina per quali valori di k l'equazione $kx^2 - 2x + 1 = 0$, con $k \neq 0$, soddisfa le seguenti condizioni:

a. le soluzioni sono reali e la loro somma è 4;

b. le soluzioni sono reali e il loro prodotto è 4.

$\left[\mathbf{a.}\ k = \frac{1}{2};\ \mathbf{b.}\ k = \frac{1}{4}\right]$

$K \neq 0$ solu. reali $\Longleftrightarrow \Delta \geq 0$

$$\underbrace{Kx^2}_{a}\underbrace{-2x}_{b}+\underbrace{1}_{c}=0 \qquad \beta = -1$$

$$\frac{\Delta}{4} \geq 0 \Rightarrow (-1)^2 - K \cdot 1 \geq 0 \qquad 1 - K \geq 0$$

$$-K \geq -1 \qquad K \leq 1$$

CAMBIO SEGNI

a) SOMMA $\underbrace{x_1 + x_2}_{-\frac{b}{a}} = 4$ $\qquad -\frac{b}{a} = 4 \qquad -\frac{-2}{K} = 4$

$$\frac{2}{K} = 4 \qquad \frac{2}{\cancel{K}} = \frac{4K}{\cancel{K}} \qquad K = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

b) PRODOTTO $\underbrace{x_1 \cdot x_2}_{\frac{c}{a}} = 4$ $\qquad \frac{1}{K} = 4 \Rightarrow K = \frac{1}{4}$

588 Determina per quali valori di k l'equazione $x^2 - 2kx - 3 = 0$ soddisfa le seguenti condizioni:

a. le soluzioni sono reali e opposte;

b. le soluzioni sono reali e reciproche. [**a.** $k = 0$; **b.** nessun valore di k]

$$x^2 - 2Kx - 3 = 0 \qquad a = 1 \quad b = -2K \quad \beta = -K \quad c = -3$$

SOL. REALI $\Rightarrow \Delta \geq 0 \Rightarrow \frac{\Delta}{4} \geq 0$

$$\beta^2 - ac \geq 0$$

$$(-K)^2 - 1(-3) \geq 0 \qquad K^2 + 3 \geq 0 \qquad \forall K \in \mathbb{R}$$

a) SOL. OPPOSTE significa $x_1 + x_2 = 0$

$$-\frac{b}{a} = 0 \qquad -\frac{-2K}{1} = 0 \Rightarrow K = 0$$

$$\Downarrow$$

$$x^2 - 3 = 0$$

$$x^2 = 3$$

$$x = \pm\sqrt{3}$$

Ho soluzioni opposte quando $-\frac{b}{a} = 0$, cioè quando $b = 0$

b) SOL. RECIPROCHE $x_1 \cdot x_2 = 1$

$$\frac{c}{a} = 1$$

$$\Rightarrow \underbrace{1}_{a} = \underbrace{-3}_{c} \quad \text{EQ. IMPOSSIBILE}$$

$$\Downarrow$$

per nessun valore di K le soluzioni sono reciproche

Ho soluzioni reciproche quando $a = c$

597 È data l'equazione $x^2 - kx - 2 = 0$. Determina per quali valori di k si ha che:

a. le soluzioni sono reali e la somma dei loro quadrati è 13;

b. le soluzioni sono reali e la somma dei loro reciproci è uguale a -2. [**a.** $k = \pm 3$; **b.** $k = 4$]

$$x^2 - kx - 2 = 0 \qquad a = 1 \quad b = -k \quad c = -2$$

SOLUZIONI REALI $\Delta \geq 0$

$$(-k)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) \geq 0 \qquad k^2 + 8 \geq 0 \qquad \forall k \in \mathbb{R}$$

a) $x_1^2 + x_2^2 = 13$

$$(x_1 + x_2)^2 = x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2$$

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$$

$$(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 13$$

$$\left(-\frac{b}{a}\right)^2 - 2\frac{c}{a} = 13 \qquad \frac{b^2}{a^2} - 2\frac{c}{a} = 13$$

$$\frac{(-k)^2}{1^2} - 2\frac{-2}{1} = 13$$

$$k^2 + 4 = 13$$

$$k^2 = 9 \qquad \boxed{k = \pm 3}$$

b) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -2$

$$\frac{x_2 + x_1}{x_1x_2} = -2 \qquad \frac{-\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} = -2 \qquad -\frac{b}{\cancel{a}} \cdot \frac{\cancel{a}}{c} = -2$$

$$\frac{b}{c} = 2 \qquad \frac{-k}{-2} = 2 \qquad \boxed{k = 4}$$

ALCUNE CONDIZIONI

SOMMA DEI CUBI

$x_1^3 + x_2^3$

$$(x_1 + x_2)^3 = x_1^3 + 3x_1^2 x_2 + 3x_1 x_2^2 + x_2^3$$

$$x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1^2 x_2 - 3x_1 x_2^2$$

$$x_1^3 + x_2^3 = \underbrace{(x_1 + x_2)^3}_{\left(-\frac{b}{a}\right)^3} - 3\underbrace{x_1 x_2}_{\frac{c}{a}}\underbrace{(x_1 + x_2)}_{-\frac{b}{a}}$$

$$x_1^3 + x_2^3 = -\frac{b^3}{a^3} + 3\frac{bc}{a^2}$$