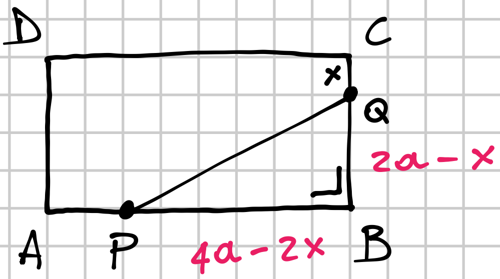
27/11/2020

123 Sia $ABCD$ un rettangolo, in cui $\overline{AB} = 4a$ e $\overline{BC} = 2a$. Determina un punto P sul lato AB e un punto Q sul lato BC in modo che risulti $\overline{AP} = 2\overline{CQ}$ e $\overline{PQ} = \frac{1}{2} a\sqrt{5}$. $\left[\overline{AP} = 3a, \overline{CQ} = \frac{3}{2}a\right]$

$a > 0$



$\overline{CQ} = x$

$\overline{AP} = 2x$

C.E. $0 < x < 2a$

Applico il TH. DI PITAGORA al triangolo rettangolo PBC

$$\overline{PQ}^2 = (4a-2x)^2 + (2a-x)^2$$

CONDIZIONE $\overline{PQ} = \frac{1}{2}a\sqrt{5} \iff \overline{PQ}^2 = \frac{5}{4}a^2$

$$\Downarrow$$

$$(4a-2x)^2 + (2a-x)^2 = \frac{5}{4}a^2$$

$$16a^2 + 4x^2 - 16ax + 4a^2 + x^2 - 4ax = \frac{5}{4}a^2$$

$$5x^2 - 20ax + 20a^2 - \frac{5}{4}a^2 = 0 \quad \text{(moltiplico per } \tfrac{4}{5}\text{)}$$

$$4x^2 - 16ax + 16a^2 - a^2 = 0$$

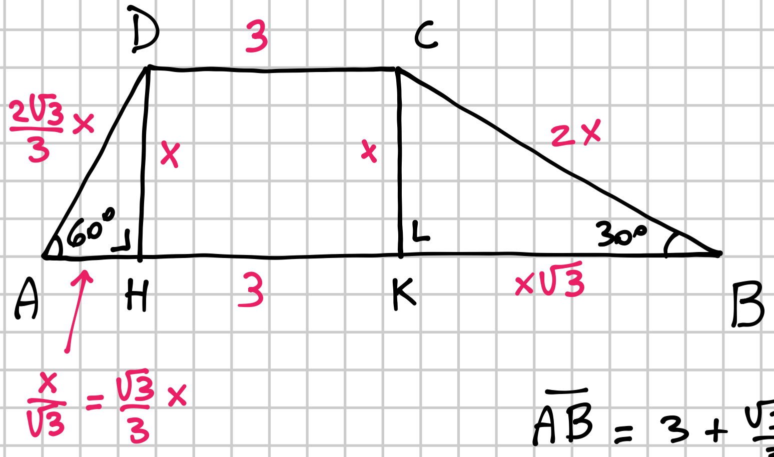
$$4x^2 - 16ax + 15a^2 = 0 \qquad \beta = -8a$$

$$\frac{\Delta}{4} = 64a^2 - 60a^2 = 4a^2$$

$$x = \frac{8a \pm 2a}{4} = \begin{cases} \frac{3}{2}a \\ \frac{5}{2}a \text{ N.A. perché } \frac{5}{2}a > 2a \end{cases}$$

$\overline{CQ} = \frac{3}{2}a \qquad \overline{AP} = 2\,\overline{CQ} = 2 \cdot \frac{3}{2}a = 3a$

134 **Videolezione** In un trapezio $ABCD$, di base maggiore AB e base minore CD, $\widehat{A} = 60°$, $\widehat{B} = 30°$ e $CD = 3$ cm. Determina il perimetro del trapezio, sapendo che la sua area è $5\sqrt{3}$ cm^2.
(*Suggerimento*: indica con x l'altezza del trapezio, esprimi l'area del trapezio in funzione di x e risolvi l'equazione che ottieni imponendo che tale area sia $5\sqrt{3}$ cm^2) $[(12 + 2\sqrt{3})$ cm$]$



$\overline{CD} = 3$

$\overline{DH} = x$

C.E. $x > 0$

$$\overline{AB} = 3 + \frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}x = \frac{9 + \sqrt{3}x + 3\sqrt{3}x}{3} =$$

$$= \frac{9 + 4\sqrt{3}x}{3}$$

$$\mathcal{A}_{ABCD} = 5\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{9 + 4\sqrt{3}x}{3} + 3\right)x = 5\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{2}\,\frac{18 + 4\sqrt{3}x}{3}\cdot x = 5\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{\cancel{2}}\,\frac{\cancel{2}(9 + 2\sqrt{3}x)x}{3} = 5\sqrt{3}$$

$$9x + 2\sqrt{3}x^2 = 15\sqrt{3}$$

$$2\sqrt{3}x^2 + 9x - 15\sqrt{3} = 0$$

$$\Delta = 9^2 - 4\cdot 2\sqrt{3}(-15\sqrt{3}) = 81 + 360 = 441 = 21^2$$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{441}}{4\sqrt{3}} = \frac{-9 \pm 21}{4\sqrt{3}} = \begin{cases} -\frac{30}{4\sqrt{3}} \text{ N.A.} \\ \frac{12}{4\sqrt{3}} = \frac{3}{\cancel{\sqrt{3}}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\cancel{\sqrt{3}}} = \sqrt{3} \end{cases}$$

$$2p = \frac{2\sqrt{3}}{3}x + 3 + 2x + \frac{9+4\sqrt{3}x}{3} = \frac{2\cancel{\sqrt{3}}}{\cancel{3}}\cancel{\sqrt{3}} + 3 + 2\sqrt{3} + \frac{9+4\cdot 3}{3}$$

$x = \sqrt{3}$

$$= 5 + 2\sqrt{3} + 7 = (12 + 2\sqrt{3})\ cm$$