22/12/2020

30 $A(2a-3b, a+2b)$ $B(2a+b, a-b)$ $[5|b|]$

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} =$$

$$= \sqrt{(2a-3b-(2a+b))^2 + (a+2b-(a-b))^2} =$$

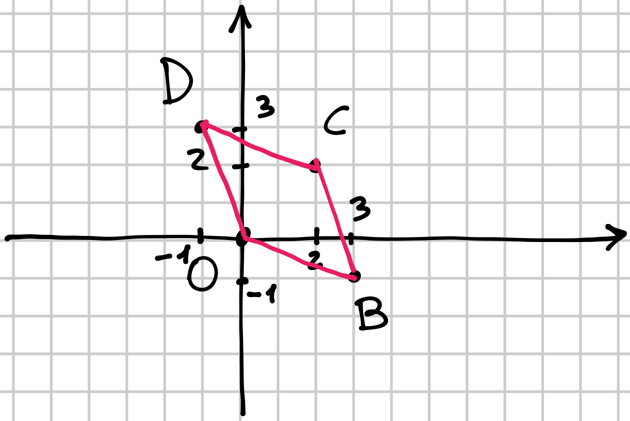
$$= \sqrt{(\cancel{2a}-3b-\cancel{2a}-b)^2 + (\cancel{a}+2b-\cancel{a}+b)^2} =$$

$$= \sqrt{(-4b)^2 + (3b)^2} = \sqrt{16b^2 + 9b^2} =$$

$$= \underbrace{\sqrt{25b^2}}_{\sqrt{(5b)^2}} = |5b| = 5|b|$$

Ricordare che $\sqrt{x^2} = |x|$ e che $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$

31 Verifica che i punti $O(0, 0)$, $B(3, -1)$, $C(2, 2)$, $D(-1, 3)$ sono i vertici di un rombo $OBCD$.



$$\underbrace{\overline{OB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{OD}}_{\text{DA VEDERE}}$$

$$\overline{OB} = \sqrt{(3-0)^2 + (-1-0)^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{(2-3)^2 + (2+1)^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$$

$$\overline{CD} = \sqrt{(-1-2)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$$

$$\overline{OD} = \sqrt{(-1-0)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$$

È UN ROMBO

33 Verifica che il quadrilatero di vertici $A(-3, -2)$, $B(1, -1)$, $C(2, 5)$, $D(-2, 4)$ è un parallelogramma. (*Suggerimento*: basta controllare che i lati opposti hanno la stessa lunghezza)

Dobbiamo verificare che $\overline{AB} = \overline{CD}$ e $\overline{BC} = \overline{AD}$

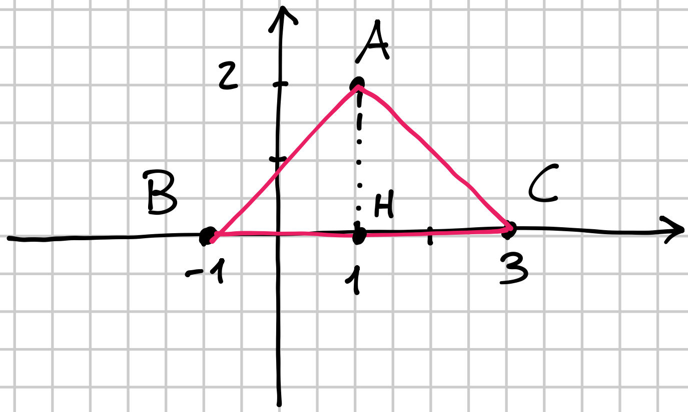
$$\boxed{\begin{array}{ccc} AB \cong CD & & \overline{AB} = \overline{CD} \\ \text{AB è congruente} & \Longleftrightarrow & \text{AB ha la} \\ \text{a CD} & & \text{stessa lunghezza} \\ & & \text{di CD} \end{array}}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(1+3)^2 + (-1+2)^2} = \sqrt{16+1} = \sqrt{17}$$
$$\overline{CD} = \sqrt{(-2-2)^2 + (4-5)^2} = \sqrt{16+1} = \sqrt{17}$$
$$\Longrightarrow \overline{AB} = \overline{CD}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{(2-1)^2 + (5+1)^2} = \sqrt{1+36} = \sqrt{37}$$
$$\overline{AD} = \sqrt{(-2+3)^2 + (4+2)^2} = \sqrt{1+36} = \sqrt{37}$$
$$\Longrightarrow \overline{BC} = \overline{AD}$$

È UN PARALLELOGRAMMA

36 $A(1,2)$ $B(-1,0)$ $C(3,0)$ [Perimetro $= 4+4\sqrt{2}$; Area $= 4$]



$\overline{AH} = 2$

$\overline{BC} = |3-(-1)| = 4$

$\mathcal{A}_{ABC} = \frac{1}{2}\overline{BC}\cdot\overline{AH} =$

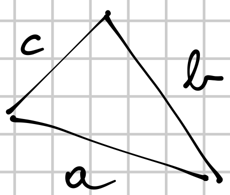
$= \frac{1}{\cancel{2}}\cdot 4\cdot \cancel{2} = 4$

$\overline{AB} = \sqrt{(1+1)^2+(2-0)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

$\overline{AC} = \sqrt{(1-3)^2+(2-0)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

$2p = 4+2\sqrt{2}+2\sqrt{2} = 4+4\sqrt{2}$

FORMULA DI ERONE PER L'AREA DEL TRIANGOLO



p = SEMIPERIMETRO

$$\mathcal{A} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

NEL NOSTRO CASO

$p = 2+2\sqrt{2}$ $a = b = 2\sqrt{2}$ $c = 4$

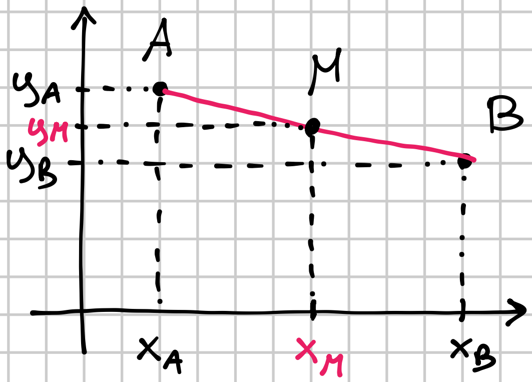
$$\mathcal{A} = \sqrt{\underbrace{(2+2\sqrt{2})}_{p}\underbrace{(2)}_{p-a}\underbrace{(2)}_{p-b}\underbrace{(2+2\sqrt{2}-4)}_{p-c}} = \sqrt{4(2\sqrt{2}+2)(2\sqrt{2}-2)} =$$

$$= \sqrt{4(8-4)} = \sqrt{16} = 4$$

PUNTO MEDIO DI UN SEGMENTO

↳ dato il segmento AB, il punto medio M è

il punto che appartiene ad AB per cui $\overline{MA} = \overline{MB}$



$M(x_M, y_M)$

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$$

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

67 $A\left(\frac{3}{4}, \frac{1}{2}\right)$ $B\left(-\frac{1}{4}, -\frac{1}{3}\right)$ $\left[\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{12}\right)\right]$

Calcolare il punto medio di AB

$$x_M = \frac{\frac{3}{4} - \frac{1}{4}}{2} = \frac{\frac{2}{4}}{2} = \frac{\frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{4}$$

$$y_M = \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}{2} = \frac{\frac{3-2}{6}}{2} = \frac{\frac{1}{6}}{2} = \frac{1}{12}$$

$M\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{12}\right)$

72 Determina l'estremo B del segmento AB, noto l'estremo $A(-1, 3)$ e il punto medio $M(4, 5)$ di AB. [$B(9, 7)$]

$A(-1,3)$ $M(4,5)$ $B = ?$

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \qquad 4 = \frac{-1 + x_B}{2} \Rightarrow 8 = -1 + x_B$$

$$\Downarrow$$

$$x_B = 1 + 8 = 9$$

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \qquad 5 = \frac{3 + y_B}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$3 + y_B = 10 \Rightarrow y_B = 7$$

$$\boxed{B(9,7)}$$