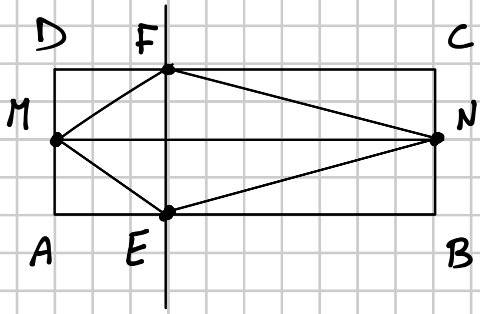
15/4/2021

79 Sia $ABCD$ un rettangolo in cui $\overline{AB} = 6a$. Traccia, da un punto E di AB, la retta passante per E parallela al lato AD e indica con F il punto in cui incontra CD. Indica con M e N, rispettivamente, i punti medi di AD e BC e determina la misura di BC in modo che l'area del quadrilatero $MENF$ sia $15a^2$. [$\overline{BC} = 5a$]



$\overline{AB} = 6a$

$\mathcal{A}_{MENF} = 15a^2$

OSSERVAZIONE

L'area di MENF non dipende dalla posizione di E, perché vale $\mathcal{A}_{MENF} = \dfrac{d_1 \cdot d_2}{2}$

$\Downarrow$

$\overline{BC} = x \qquad 15a^2 = \dfrac{6a \cdot x}{2} \implies 30a^2 = 6ax$

$x = \dfrac{\overset{5}{\cancel{30}}a^{\cancel{2}}}{\cancel{6}\cancel{a}} = 5a$

$\boxed{\overline{BC} = 5a}$

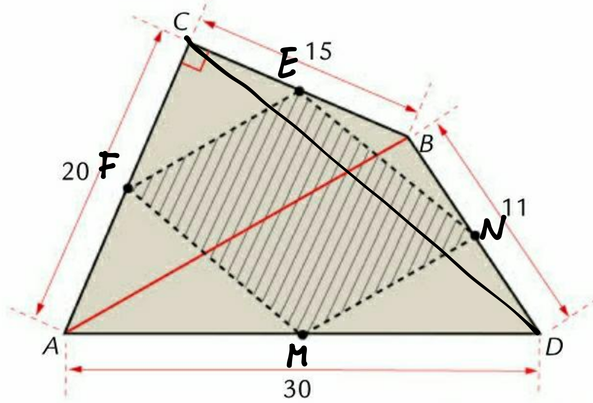
Realtà e modelli

58 Un appezzamento di terreno, rappresentato dal quadrilatero *ACBD* in figura, è l'unione di un triangolo rettangolo *ABC* e di un triangolo *ABD*. Le misure dei lati dei triangoli riportate in figura sono in metri.

Si vuole delimitare il perimetro di una parte del terreno da adibire a una piantagione di pomodori; a tal scopo, si piantano dei paletti a metà di ogni lato e si realizza una recinzione come in figura.

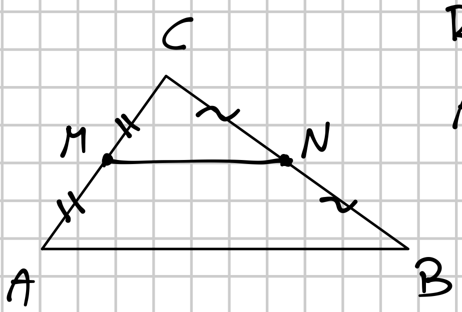
a. Giustifica perché la regione recintata è un parallelogramma.

b. La varietà di pomodori che si intende piantare ha (in estate) una resa di 12 kg/m^2. Quanti kg di pomodori si potranno ottenere in estate da questa piantagione?



[b. 1692 kg]

(*Suggerimento*: dimostra che l'area del parallelogramma è la metà di quella del quadrilatero; quest'ultima si calcola sfruttando il teorema di Pitagora e la formula di Erone.)

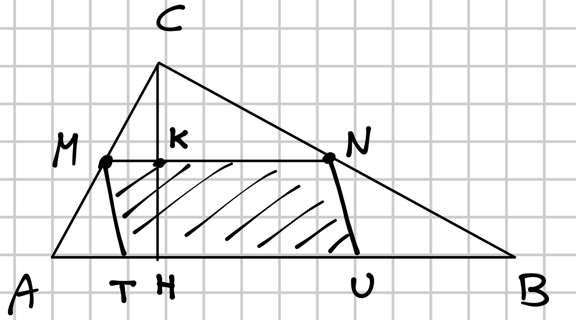


Ricordiamo che in un triangolo ABC, se si congiungono i punti medi di 2 lati si ottiene un segmento parallelo al terzo lato (e che misura la sua metà)

$\Rightarrow MN \parallel AB \quad \wedge \quad \overline{AB} = 2\overline{MN}$

Nel nostro caso, si ha che $FE \parallel AB \wedge MN \parallel AB$, dunque $FE \parallel MN$ (per transitività e simmetria della relazione di parallelismo); analogamente, tracciando il segmento CD, si ha che $FM \parallel CD \wedge EN \parallel CD$, dunque $FM \parallel EN$.

Il quadrilatero FMNE è un parallelogramma perché ha i lati opposti paralleli.



$$\overline{MN} = \frac{1}{2}\overline{AB}$$

$$\overline{KH} = \frac{1}{2}\overline{CH}$$

altezza del parallelogramma

$$\mathcal{A}_{\text{TRIANGOLO}} = \frac{1}{2}\overline{AB}\cdot\overline{CH} = \frac{1}{\cancel{2}}(\cancel{2}\overline{MN})(2\overline{KH}) =$$

$$= 2\,\overline{MN}\cdot\overline{KH} = 2\,\mathcal{A}_{\text{PARALLELOGRAMMA}}$$

Applicando questo ragionamento a entrambi i triangoli ABC e ABD in figura, si ottiene che l'area del quadrilatero è il doppio dell'area del parallelogramma FMNE.

$$\overline{AB} = \sqrt{\overline{AC}^2 + \overline{CB}^2} = \sqrt{20^2 + 15^2} = \sqrt{625} = 25$$

FORMULA DI ERONE $\mathcal{A} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

p = semiperimetro

a, b, c lati

$$p_{ABC} = \frac{20+15+25}{2} = 30$$

$$\mathcal{A}_{ABC} = \sqrt{30(30-20)(30-15)(30-25)} = 150$$

$$p_{ADB} = \frac{30+11+25}{2} = \frac{66}{2} = 33$$

$$\mathcal{A}_{ADB} = \sqrt{33(33-30)(33-11)(33-25)} = 132$$

$$\mathcal{A}_{ADBC} = 150 + 132 = 282$$

$$\mathcal{A}_{MNEF} = \frac{282}{2} = 141 \quad (m^2)$$

(parallelogramma)

$$\text{POMODORI} = (141\ m^2)\left(12\ \frac{kg}{m^2}\right) = \boxed{1692\ kg}$$