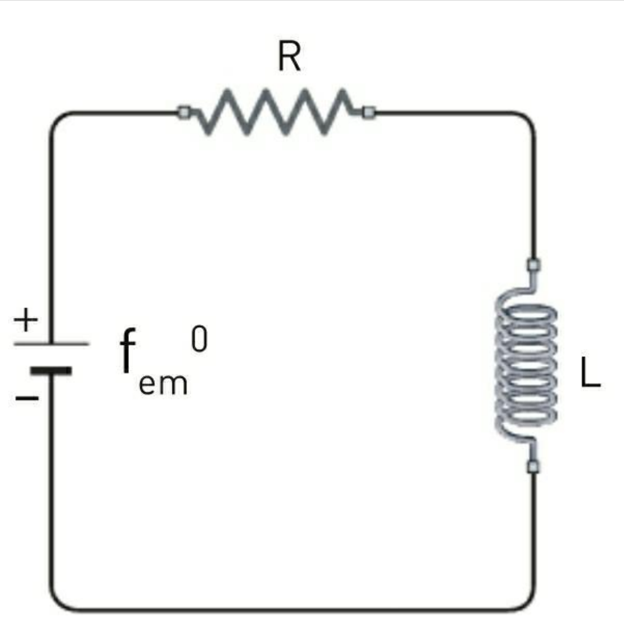
16/11/2020

ENERGIA DEL CAMPO MAGNETICO



EQUAZIONE DIFFERENZIALE CHE DESCRIVE IL CIRCUITO

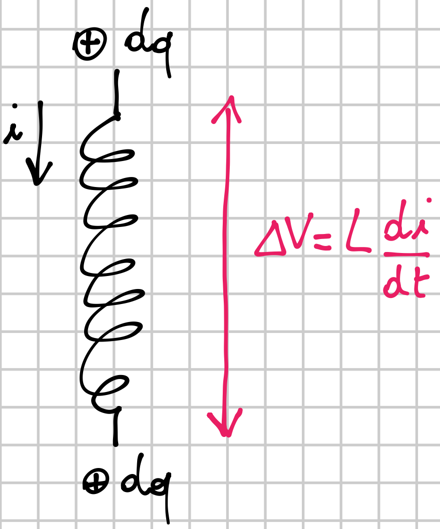
$$f^0_{em} - Ri - L\frac{di}{dt} = 0$$

$$W_L = \frac{1}{2} L I^2$$

LAVORO COMPIUTO DAL GENERATORE PER PORTARE LA CORRENTE AL VALORE DI REGIME I VINCENDO L'EFFETTO RITARDANTE DOVUTO ALL'AUTOINDUZIONE

La corrente sta variando da 0 a I (v. di regime)

$$0 \leq i \leq I$$



- Considero un intervallo di tempo infinitesimo dt in cui la corrente varia da i a $i+di$
- In questo intervallo di tempo dt nell'induttore fluisce la carica

$$dq = i\,dt$$

- Inoltre, in questo intervallo di tempo si genera una fem autoindotta

$$f_{em} = -L\frac{di}{dt}$$

pari alla d.d.p. ai capi dell'induttore

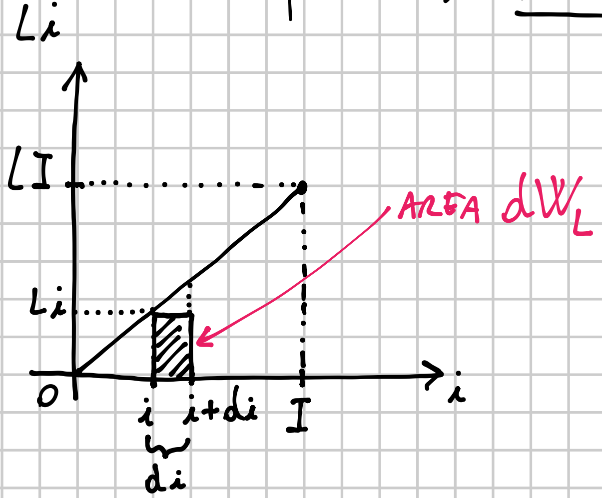
$$\Delta V = L\frac{di}{dt} \quad \text{(in modulo)}$$

- Il lavoro per far muovere tale carica dq tra 2 punti a d.d.p. ΔV è

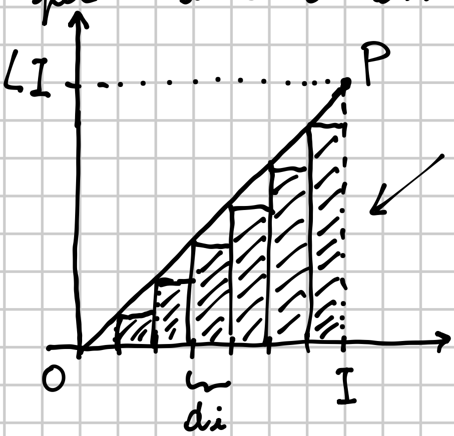
$$dW_L = dq \cdot \Delta V = i \cdot \cancel{dt} \cdot L \frac{di}{\cancel{dt}} = L\,i\,di$$

$$\Downarrow$$

quindi il **lavoro elementare** è $dW_L = L\,i\,di$



Immaginiamo di suddividere tutto l'intervallo $[0, I]$ in tanti pezzettini infinitesimi di e di ripetere il ragionamento fatto per ciascuno di essi per il calcolo del lavoro



più di è piccolo (tende a 0) più la somma delle aree dei rettangoli approssima l'area del triangolo OIP

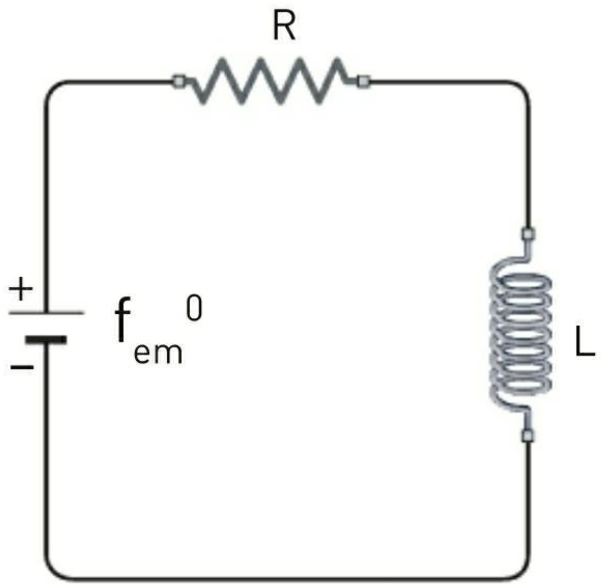
Il lavoro totale sarà

$$W_L = \int_0^I dW_L = \int_0^I L\,i\,di = \frac{1}{2} \cdot I \cdot LI = \frac{1}{2} L I^2$$

AREA DEL TRIANGOLO OIP

ENERGIA IMMAGAZZINATA NEL CAMPO MAGNETICO (FINCHÈ LA CORRENTE SI MANTIENE AL VALORE I)

BILANCIO ENERGETICO



EQUAZIONE CHE DESCRIVE IL CIRCUITO

$$f_{em}^{o} - Ri - L\frac{di}{dt} = 0$$

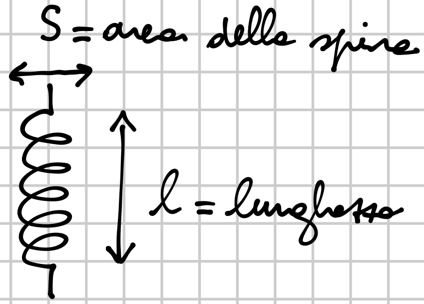
MOLTIPLICO PER $i\,dt$

$$f_{em}^{o}\, i\,dt - Ri^2 dt - L i\, di = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\underbrace{\underbrace{f_{em}^{o}\, i\,dt}_{\text{ENERGIA EROGATA DAL GENERATORE}} = \underbrace{Ri^2 dt}_{\text{ENERGIA DISSIPATA PER EFFETTO JOULE NEL RESISTORE}} + \underbrace{L i\, di}_{\text{ENERGIA IMMAGAZZINATA NEL CAMPO MAGNETICO}}}_{\text{NEL TEMPO } dt}$$

DENSITÀ DI ENERGIA DEL CAMPO MAGNETICO



VOLUME DEL SOLENOIDE $= S \cdot \ell$ ← IN QUESTO SPAZIO C'È IL CAMPO MAGNETICO $\vec{B}$

DENSITÀ VOLUMICA DI ENERGIA

$$w_{\vec{B}} = \frac{W_L}{S\ell} = \frac{\frac{1}{2} L I^2}{S\ell} = \frac{\frac{1}{2}\mu_0 \frac{N^2}{\ell} \cancel{S} I^2}{\cancel{S}\ell} =$$

$$= \frac{1}{2\mu_0} \frac{\mu_0^2 N^2}{\ell^2} I^2 = \frac{1}{2\mu_0}\left(\mu_0 \frac{N}{\ell} I\right)^2 =$$

$$= \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

$$\boxed{w_{\vec{B}} = \frac{1}{2\mu_0} B^2}$$

FORMULA GENERALE PER LA DENSITÀ DI ENERGIA MAGNETICA

Se in una regione di spazio (vuoto) è presente un campo magnetico, nello stesso spazio è distribuita dell'energia la cui densità volumica è data da questa formula.