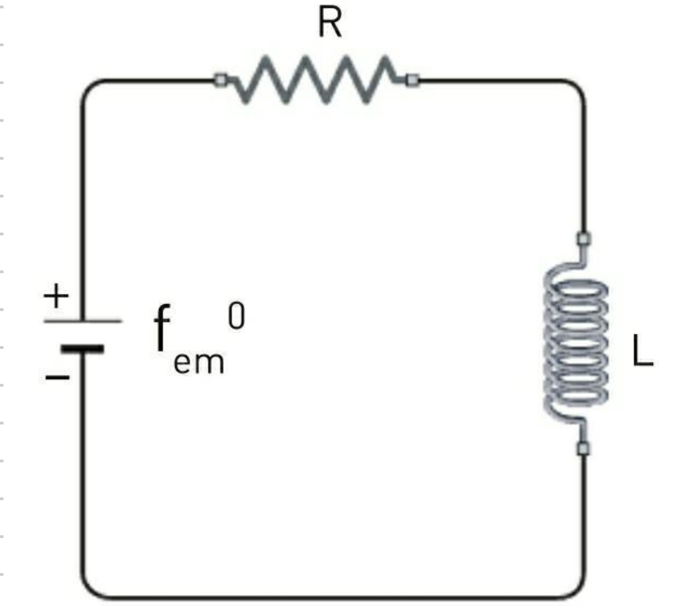
26/11/2020



EQUAZIONE DIFFERENZIALE

$$f_{em}^0 - L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} - Ri = 0 \qquad (*)$$

SOLUZIONE

$$i(t) = \frac{f_{em}^0}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

$i = i(t)$ è la variabile dipendente

i dipende da t (var. indipendente)

$$\frac{di}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta i}{\Delta t}$$

OBIETTIVO: far vedere che $i = i(t)$ soddisfa l'eq. differenziale $(*)$

$$\frac{f_{em}^0}{R} = K_1 \qquad -\frac{R}{L} = K_2 \qquad i(t) = K_1\left(1 - e^{K_2 t}\right) = K_1 - K_1 e^{K_2 t}$$

$$\frac{di}{dt} = \overbrace{\frac{d}{dt}(K_1)}^{0} - \frac{d}{dt}\left(K_1 e^{K_2 t}\right) = -\frac{d}{dt}\left(K_1 e^{K_2 t}\right) =$$

calcolo "alla fisico" la derivata

derivata di i nel generico punto t

$$= -\frac{K_1 e^{K_2(t+dt)} - K_1 e^{K_2 t}}{dt} =$$

$$= -\frac{K_1 e^{K_2 t}\left[e^{K_2 dt} - 1\right]}{K_2 \cdot dt} \cdot K_2 = -K_1 K_2 e^{K_2 t}$$

$\rightarrow$ 1 (LIMITE NOTEVOLE)

$$[f(x)+g(x)]' = f'(x) + g'(x)$$

DIMOSTRAZIONE

$$[f(x)+g(x)]' = \lim_{h\to 0} \frac{[f(x+h)+g(x+h)]-[f(x)+g(x)]}{h} =$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{[f(x+h)-f(x)]+[g(x+h)-g(x)]}{h} =$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} + \lim_{h\to 0} \frac{g(x+h)-g(x)}{h} =$$

$$= f'(x) + g'(x)$$

$$f^0_{em} - L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} - Ri = 0$$

$$i(t) = \frac{f^0_{em}}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

$$K_1 = \frac{f^0_{em}}{R} \qquad K_2 = -\frac{R}{L}$$

$$\frac{di}{dt} = -K_1 K_2 e^{K_2 t} = -\frac{f^0_{em}}{\cancel{R}}\cdot\left(-\frac{\cancel{R}}{L}\right) e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$= \frac{f^0_{em}}{L} e^{-\frac{R}{L}t}$$

Sostituisco la soluzione (e la derivata) nell'eq. differenziale

$$f^0_{em} - \cancel{L}\cdot\frac{f^0_{em}}{\cancel{L}} e^{-\frac{R}{L}t} - \cancel{R}\cdot\frac{f^0_{em}}{\cancel{R}}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) \overset{?}{=} 0$$

$$f^0_{em} - f^0_{em} e^{-\frac{R}{L}t} - f^0_{em} + f^0_{em} e^{-\frac{R}{L}t} = 0 \quad \text{OK!!}$$