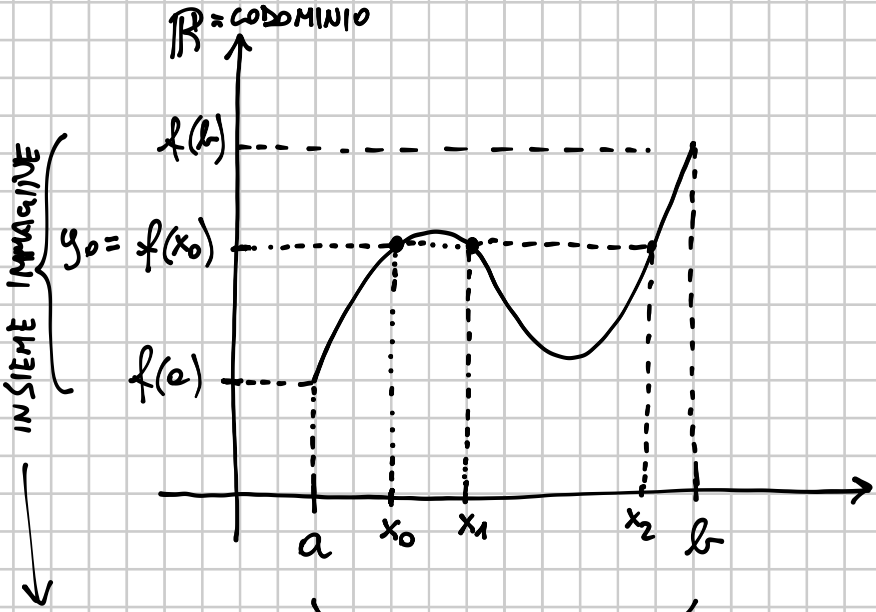
15/9/2020

FUNZIONI REALI DI VARIABILE REALE

$f : A \to \mathbb{R}$ $\qquad A \subseteq \mathbb{R}$



$y_0 = f(x_0)$ = L'IMMAGINE DI x_0

x_0, x_1, x_2 sono le CONTROIMMAGINI di y_0 (cioè di $f(x_0)$)

$f(A) = \text{im} f$

DOMINIO $A = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\} = [a, b]$

INTERVALLO

ESEMPIO

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $\qquad f(x) = x^2 + 1$ $\qquad$ [libro $\; y = x^2 + 1$]

$f(-1) = (-1)^2 + 1 = 2$ $\qquad -1 \xmapsto{f} 2$

$f(1) = 1^2 + 1 = 2$ $\qquad 1 \mapsto 2$

1 e -1 hanno la stessa immagine (che è 2).
Le controimmagini di 2 sono -1 e 1

Posso considerare

$g : [0, 1] \to \mathbb{R}$ $\qquad g(x) = x^2 + 1$ $\qquad$ funzione diversa da prima perché il dominio è diverso pag. 1361

46 $y = \dfrac{x}{x^3 - 3x^2 + 2x - 6}$ $[x \neq 3]$

CALCOLARE IL DOMINIO NATURALE

$$f(x) = \frac{x}{x^3 - 3x^2 + 2x - 6}$$

$x^3 - 3x^2 + 2x - 6 \neq 0$ $\quad x \neq 3 \rightsquigarrow \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 3\}$

$x^3 - 3x^2 + 2x - 6 = 0$

$x^2(x-3) + 2(x-3) = 0$

$(x-3)(x^2+2) = 0$ $\nearrow x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$

$\searrow x^2 + 2 = 0$ IMP.

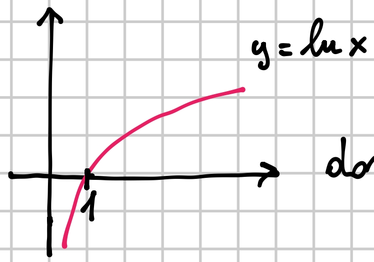
$x \neq 3$ $\quad D = (-\infty, 3) \cup (3, +\infty) = \,]-\infty, 3[\cup]3, +\infty[$

$]a, b] \rightsquigarrow (a, b]$

$\mathbb{R} = (-\infty, +\infty) = \,]-\infty, +\infty[$

116 $y = \dfrac{\ln|3^x - 9|}{1 - e^{x^2-6x}}$ $[x \neq 0 \wedge x \neq 2 \wedge x \neq 6]$

$$\begin{cases} ① \quad 1 - e^{x^2-6x} \neq 0 \\ ② \quad |3^x - 9| > 0 \end{cases}$$



$\text{dom } \ln =]0, +\infty[$

① $1 - e^{x^2-6x} \neq 0 \Rightarrow x \neq 0 \wedge x \neq 6$

$\downarrow$

$1 - e^{x^2-6x} = 0 \qquad e^{x^2-6x} = \underbrace{1}_{e^0} \qquad x^2 - 6x = 0$

$x(x-6) = 0 \nearrow x = 0 \vee \searrow x = 6$

② $|3^x - 9| > 0$

$3^x - 9 \neq 0 \qquad 3^x \neq 3^2 \qquad x \neq 2$

$$\begin{cases} ① \quad x \neq 0 \wedge x \neq 6 \\ ② \quad x \neq 2 \end{cases} \Rightarrow x \neq 0 \wedge x \neq 2 \wedge x \neq 6$$

$D =]-\infty, 0[\cup]0, 2[\cup]2, 6[\cup]6, +\infty[$

pg. 1371

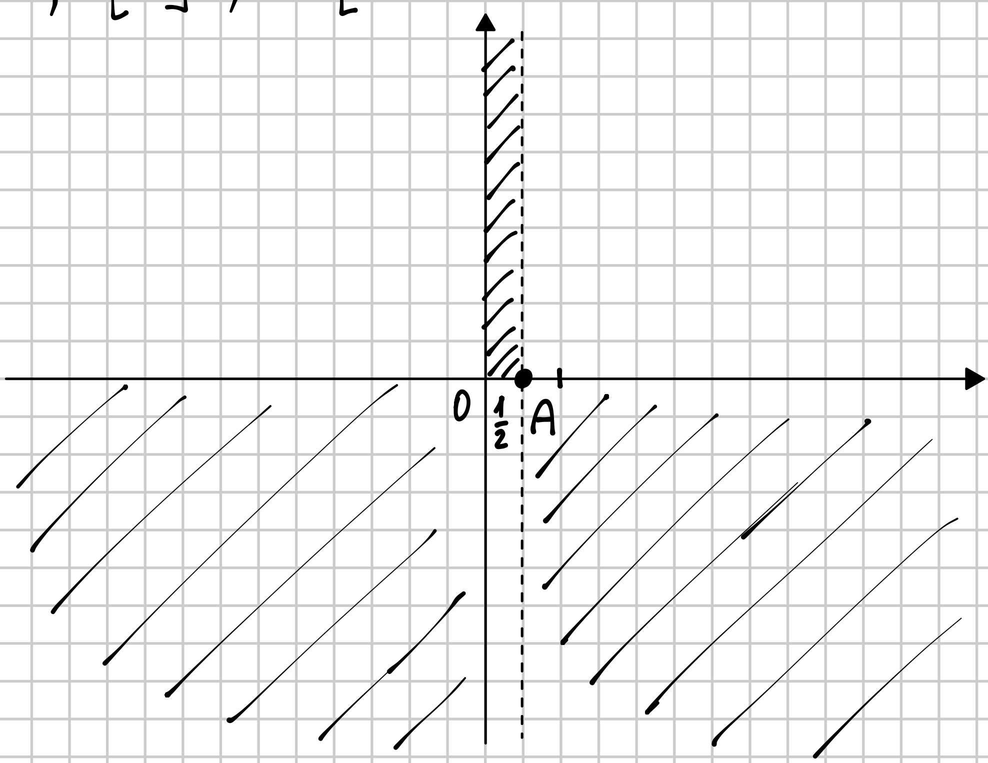
286 $y = \dfrac{e^{2x-1} - 1}{e^x - 1}$ $\left[x < 0 \vee x > \dfrac{1}{2}\right]$

STUDIARE
- DOMINIO
- INTERSEZ. ASSI
- SEGNO

1) DOMINIO

$e^x - 1 \neq 0 \qquad e^x \neq 1 \qquad x \neq 0$

$D =]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$



2) INTERSEZIONI CON GLI ASSI

ASSE y $\begin{cases} y = \dfrac{e^{2x-1} - 1}{e^x - 1} \\ x = 0 \end{cases}$ IMPOSSIBILE

escluso dal dominio

Non ci sono intersezioni con l'asse y

ASSE x $\begin{cases} y = \dfrac{e^{2x-1} - 1}{e^x - 1} \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \dfrac{e^{2x-1} - 1}{e^x - 1} = 0 \Rightarrow e^{2x-1} - 1 = 0$

$2x - 1 = 0 \qquad x = \frac{1}{2}$

Trovare gli zeri della funzione

$A\left(\frac{1}{2}, 0\right)$

3) SEGNO

$$\frac{e^{2x-1}-1}{e^{x}-1} > 0 \qquad \begin{array}{l} \boxed{N} \\ \boxed{D} \end{array}$$

$\boxed{N}$ $\quad e^{2x-1}-1>0 \qquad e^{2x-1}>1 \qquad 2x-1>0 \qquad x>\frac{1}{2}$

$\boxed{D}$ $\quad e^{x}-1>0 \qquad e^{x}>1 \qquad x>0$

		0		$\frac{1}{2}$	
N	$-$		$-$	0	$+$
D	$-$	$\times$	$+$		$+$
	$+$	$\times$	$-$	0	$+$