18/9/2020

285 $y = \ln \frac{x-1}{x-4}$

1) DOMINIO

$\frac{x-1}{x-4} > 0$

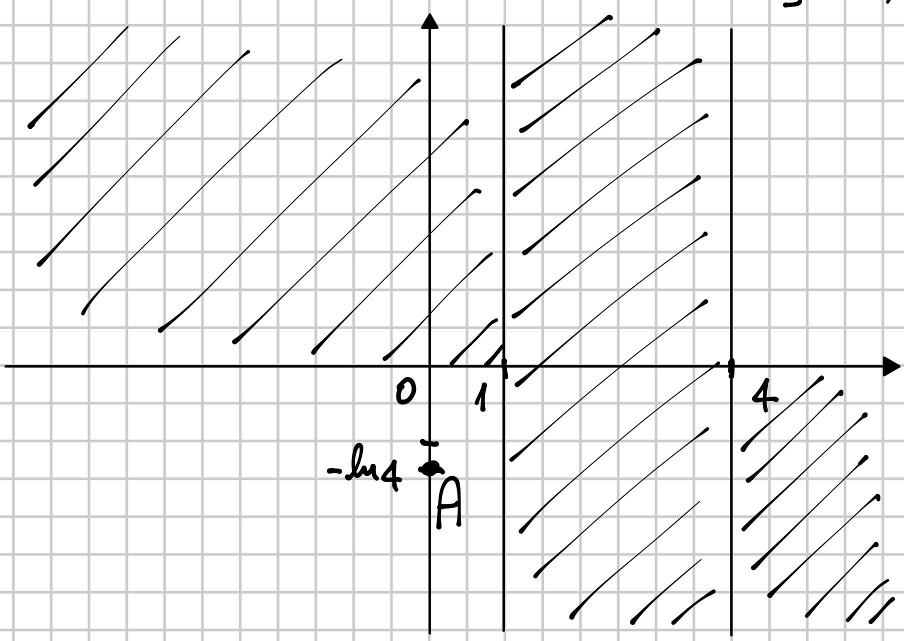
N] $x - 1 > 0 \quad x > 1$

D] $x - 4 > 0 \quad x > 4$

		1		4	
N	$-$	0	$+$		$+$
D	$-$		$-$	X	$+$
	$+$	0	$-$	X	$+$

$x < 1 \ \vee \ x > 4$

$D =]-\infty, 1[\cup]4, +\infty[$



2) INTERS. ASSI

(ZERI) ASSE X
$\begin{cases} y = \ln \frac{x-1}{x-4} \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \ln \frac{x-1}{x-4} = 0 \Rightarrow \frac{x-1}{x-4} = 1$

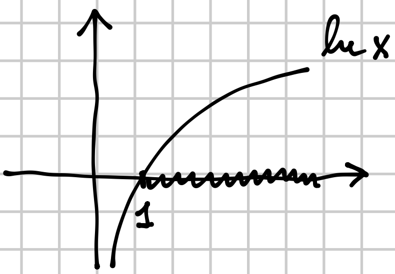
$\Rightarrow \cancel{x} - 1 = \cancel{x} - 4$ EQ. IMPOSSIBILE

$\begin{cases} y = \ln \frac{x-1}{x-4} \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow y = \ln \frac{1}{4} = \ln 4^{-1} = -\ln 4 \simeq -1{,}4$

$A(0, -\ln 4)$

3) SEGNO

$$\ln\frac{x-1}{x-4} > 0 \iff \begin{cases} \dfrac{x-1}{x-4} > 1 \\ x \in D \end{cases} \Rightarrow \quad \frac{x-1}{x-4} - 1 > 0$$



$$\frac{\cancel{x}-1-\cancel{x}+4}{x-4} > 0$$

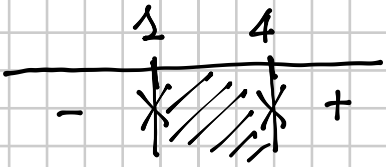
$$\frac{3}{x-4} > 0$$

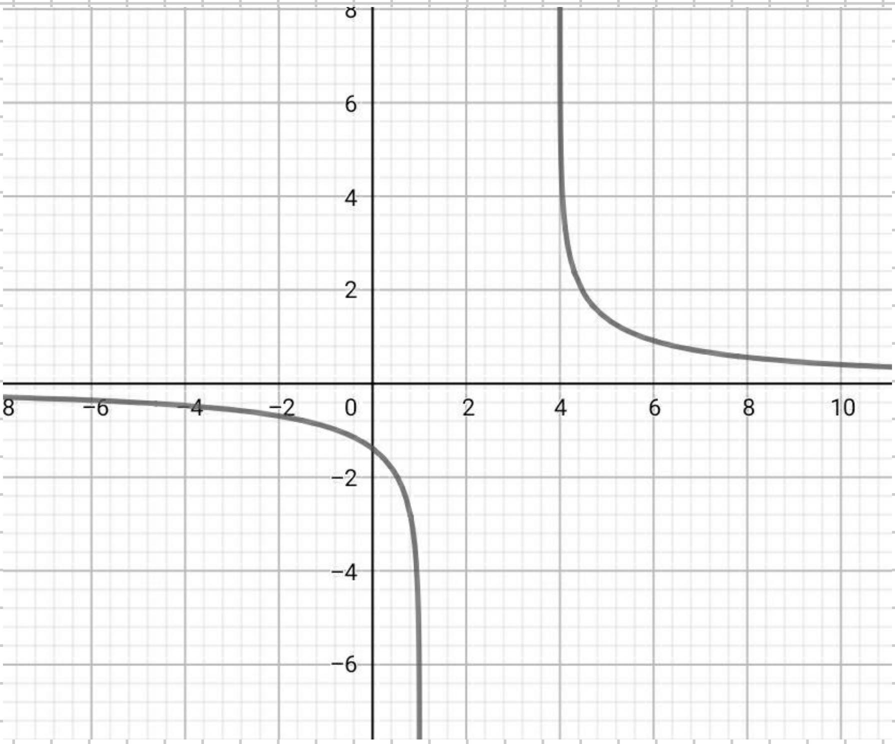
$$x-4 > 0$$

$$\Downarrow$$

$$x > 4$$

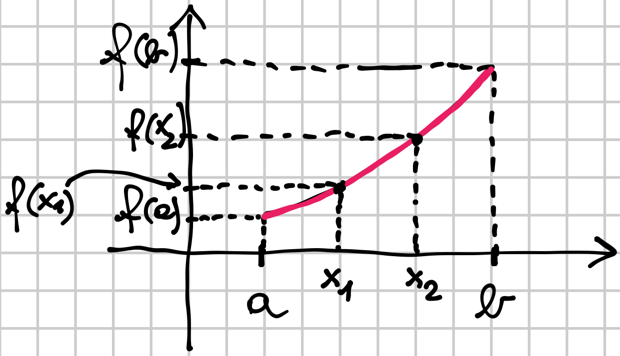
$$\begin{cases} x > 4 \\ x \in D \end{cases} \Rightarrow \quad x > 4$$





FUNZIONI MONOTÒNE

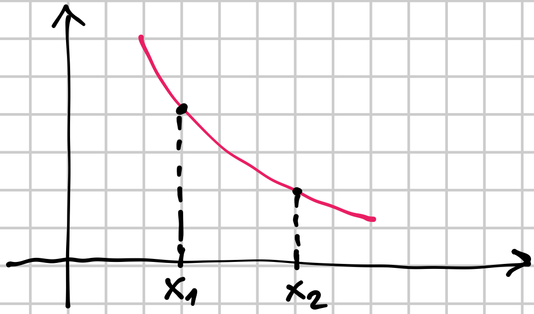
FUNZIONE STRETTAMENTE CRESCENTE



$f: [a, b] \to \mathbb{R}$

$\forall x_1, x_2 \in D \quad x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$

FUNZIONE STRETTAMENTE DECRESCENTE

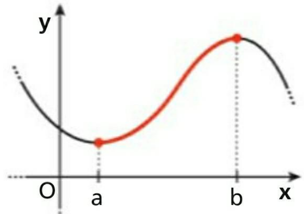


$\forall x_1, x_2 \in D \quad x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

Funzioni crescenti STRETTAMENTE

DEFINIZIONE

$y = f(x)$ di dominio $D \subseteq \mathbb{R}$ è una **funzione** STRETTAMENTE **crescente** in senso stretto in un intervallo I, sottoinsieme di D, se, comunque scelti x_1 e x_2 appartenenti a I, con $x_1 < x_2$, risulta $f(x_1) < f(x_2)$.

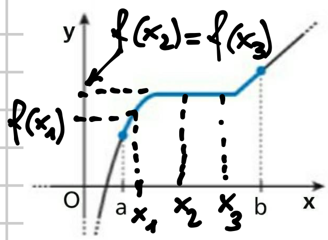


STRETT.
f(x) crescente in [a; b]

ESEMPIO

La funzione $y = \cos x$ è crescente in senso stretto in $[\pi; 2\pi]$.

Se nella definizione sostituiamo la relazione $f(x_1) < f(x_2)$ con $f(x_1) \le f(x_2)$, otteniamo la definizione di funzione **crescente in senso lato**, o anche **non decrescente**. Si può anche dire che la funzione è **debolmente crescente**.



f(x) non decrescente in [a; b]

$x_1 < x_2 \quad e \quad f(x_1) < f(x_2)$

$x_2 < x_3 \quad e \quad f(x_1) \le f(x_3)$

Funzioni decrescenti STRETTAMENTE

DEFINIZIONE
$y = f(x)$ di dominio $D \subseteq \mathbb{R}$ è una **funzione** STRETTAMENTE **decrescente** in senso stretto in un intervallo I, sottoinsieme di D, se, comunque scelti x_1 e x_2 appartenenti a I, con $x_1 < x_2$, risulta $f(x_1) > f(x_2)$.

Se nella definizione precedente sostituiamo la relazione $f(x_1) > f(x_2)$ con $f(x_1) \geq f(x_2)$, otteniamo la definizione di funzione **decrescente in senso lato**, o anche **non crescente**. In questo caso si può anche dire che la funzione è **debolmente decrescente.**

FUNZ. NON CRESCENTE
(DECRESCENTE IN SENSO LATO)

STRETT. MONOTÒNA → strett. crescente o decrescente

MONOTÒNA → non decrescente o non crescente
(MONOTÒNA IN SENSO LATO)

Una funzione strett. monotòna è anche monotòna?

SÌ Perché la condizione $f(x_1) < f(x_2)$ implica la condiz. $f(x_1) \leq f(x_2)$, ma non viceversa!